

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ "НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО"

Университет ИТМО

Физико-технический факультет

ОБЩАЯ ФИЗИКА ЛЕКЦИОННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Методические рекомендации
к проведению лекционных демонстраций по разделам:
механика, термодинамика, электромагнетизм, оптика, атомная физика

Санкт-Петербург, 2020

1 Основы общей теории относительности. Геометрический характер ОТО. Движение частицы в гравитационном поле. Объяснение гравитации как явления

1.1 Теория

1.1.1 Геометрический характер ОТО

В инерциальной системе отсчета в декартовой система координат интервал ds

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (1)$$

Интервал инвариантен относительно перехода к любой другой ИСО. Однако, если переход к НСО, то ds^2 уже не будет суммой и разностью квадратов дифференциалов четырех координат. Так, при переходе к равномерно вращающейся системе координат

$$x = x' \cos \Omega t - y' \sin \Omega t \quad (2)$$

$$y = x' \sin \Omega t + y' \cos \Omega t \quad (3)$$

$$z = z' \quad (4)$$

где Ω – угловая скорость вращения, направленная вдоль оси z , интервал приобретает вид:

$$ds^2 = [c^2 - \Omega^2(x'^2 + y'^2)]dt^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 + 2\Omega y' dx' dt - 2\Omega x' dy' dt \quad (5)$$

По какому бы закону ни преобразовывалось время, это выражение не может быть приведено к сумме квадратов дифференциалов четырех координат. Как итог, в НСО квадрат интервала – некоторая квадратичная форма общего вида от дифференциалов координат, т. е. имеет вид

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k \quad (6)$$

где тензор второго ранга g_{ik} , *метрический тензор*, – есть некоторая функция пространственных координат x^1, x^2, x^3 и временной координаты x^0 . Четырехмерная система координат x^0, x^1, x^2, x^3 является, таким образом, при пользовании НСО *криволинейной*.

Тензор g_{ik} , определяя все свойства геометрии в каждой данной криволинейной системе координат, устанавливает *метрику пространства-времени*. Тензор g_{ik} симметричный по индексам i и k , поскольку он определяется из симметричной квадратичной формы, куда g_{ik} и g_{ki} входят помноженными на одно и то же произведение $dx^i dx^k$. В общем случае имеется, следовательно, всего 10 различных величин g_{ik} – 4 с одинаковыми и 6 с различными индексами.

В ИСО при пользовании декартовыми пространственными координатами $x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z$ и временем $x^0 = ct$ координаты g_{ik} равны $g_{00} = 1, g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1, g_{ik} = 0$ при $i \neq k$.

Четырехмерная СК с этими координатами g_{ik} – *галилеева*.

Согласно принципу эквивалентности, НСО эквивалентны некоторым силовым полям. В релятивистской механике эти поля определяются координатами g_{ik} . То же самое относится к истинным гравитационным полям.

Всякое гравитационное поле является не чем иным, как изменением метрики пространства-времени, соответственно чему оно определяется величинами g_{ik} . Это важнейшее обстоятельство означает, что геометрические свойства пространства-времени (его метрика) определяются физическими явлениями, а не являются неизменными, раз и навсегда заданными, свойствами пространства и времени.

Теория гравитационных полей, построенная на основе теории относительности, носит название *общей теории относительности Эйнштейна*. В слабом гравитационном поле с потенциалом $\phi(x, y, z) \gg c^2$ метрика пространства-времени принимает вид [1]

$$ds^2 = (1 + \frac{2\phi}{c^2})c^2 dt^2 - (1 - \frac{2\phi}{c^2})(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (7)$$

1.1.2 Движение частицы в гравитационном поле

Согласно общей теории относительности мировая линия частицы в гравитационном поле совпадает с геодезической, т. е. линией в 4-пространстве x^0, x^1, x^2, x^3 , имеющей минимальную (или максимальную) "длину". Поскольку, однако, при наличии гравитационного поля пространство-время негалилеево, то эта линия не является прямой в евклидовом смысле, и реальное пространственное движение частицы – не равномерно и не прямолинейно.

Таким образом, искривление пространственной траектории частицы в гравитационном поле в общей теории относительности является результатом действия не силы притяжения, как в теории Ньютона, а кривизны самого пространства-времени.

Частица в этом кривом пространстве-времени локально всегда движется по наиболее короткому (с ее "точки зрения") пути (прямой в ее "понимании"), т. е. по геодезической. Длина мировой линии между двумя мировыми точками 1 и 2 определяется величиной интервала

$$s = \int_1^2 ds \quad (8)$$

В слабом гравитационном поле и скорости частицы ϑ , малой по сравнению со скоростью света, бесконечно малый интервал определяется выражением (7), поэтому для конечного приращения:

$$s = c \int_{t_1}^{t_2} dt \sqrt{1 + \frac{2\phi}{c^2} - \frac{\vartheta^2}{c^2}} \approx c \int_{t_1}^{t_2} dt \sqrt{1 + \frac{\phi}{c^2} - \frac{\vartheta^2}{2c^2}} \quad (9)$$

Экстремальность величины s означает, что частица движется по траектории, обеспечивающей экстремум интегралу

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \left(\frac{\vartheta^2}{2} - \phi \right) \quad (10)$$

Поскольку $T = \frac{m\vartheta^2}{2}$ – кинетическая энергия частицы, а $U = m\phi$ – потенциальная, то экстремальность величины (10) соответствует *принципу наименьшего действия* в классической механике, согласно которому траектория частицы находится из условия экстремума интеграла [1]

$$S = \int_{t_1}^{t_2} dt (T - U) \quad (11)$$

1.1.3 Объяснение гравитации как явления

Уравнение Эйнштейна связывает геометрические свойства пространства-времени с динамикой материи, создающей гравитационное поле:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (12)$$

где $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{R}{2} g_{\mu\nu}$ – тензор Эйнштейна, объединяющий тензор Риччи, скалярную кривизну и метрический тензор (тензор Эйнштейна может быть представлен как функция метрического тензора и его частных производных), Λ – космологическая постоянная, $g_{\mu\nu}$ – метрический тензор, c – скорость света, G – гравитационная постоянная, $T_{\mu\nu}$ – тензор энергии-импульса материи.

Уравнение Эйнштейна выражает основной принцип общей теории относительности Эйнштейна, связавшим гравитацию с пространством-временем и относительностью – материя сообщает пространству, как искривляться, а искривленное пространство сообщает материи, как двигаться.

Кривизна пространства-времени вблизи любого массивного объекта определяется комбинацией массы и расстояния до центра масс, при этом с учетом и других параметров, как скорость, ускорение и других источников энергии.

Согласно ОТО, гравитация перемещается с конечной скоростью – скоростью света. Гравитация определяется не массой на прямую, а кривизной пространства, которая определяется всей находящейся во Вселенной массой и энергией. Естественное движение материи состоит в том, чтобы следовать наиболее легкому пути через пространство-время, масса изгибает пространство так, что материя движется к центрам больших масс. Исходя из этого масса Солнца искажает пространство возле себя, и искривленное пространство толкает Землю к Солнцу, чем и объясняется движение планет вокруг Солнца. [2]

Секрет гравитации лежит в самой природе пространства-времени. Если бы пространственной-временной континуум был плоским, то тела двигались бы по прямым линиям, но, грубо говоря, пространство – растягивающаяся ткань, и тела на ней, сами по себе не ощущают силу гравитации, они следуют естественному искривлению пространства-времени, т.е. Земля движется по орбите вокруг Солнца, как одно тело движется по вмятине, оставленной другим, более тяжелым. *Гравитация* – это деформация пространства-времени, вызванная объектами внутри него, это форма самого пространства-времени. [3]

1.1.4 Описание установки

Для демонстрации собирается совсем нехитрая установка, идея которой взята с [4]: из ПВХ труб собирается каркас, к которому крепится тянущаяся ткань, играющая роль пространства-времени и множество шариков различного веса и диаметра, символизирующих различные тела, опускаются на нее (рис. 1) [5]. В качестве каркаса для прототипа установки меньшего размера используется ведро.

1.1.5 Ход демонстрации

- Для демонстрации явления притяжения объектов, как следствие кривизны пространства, на ткань опускаются два шарика: они искривляют под собой ткань, пространство-время, чувствуют это искривление и скатываются к друг другу, притягиваются [6].
- Для демонстрации движения тел по орбитам на ткань опускается тело большей массы, в следствие чего, ткань искривляется в большей мере и вокруг него начинает вращаться, словно по орбите, но теряя энергию, ввиду силы трения, шарик меньшего веса, изначально запущенный немного в сторону от него. При этом шар, запущенный с маленькой скоростью, начинает двигаться по эллиптической траектории (видеодемонстрация на собранной установке [7] и на прототипе установки меньшего размера [8]).
- Для демонстрации спутника Земли используются массивный груз, Солнце, опущенный на ткань, и два шара разных масс, Земля и Луна, запущенных одновременно: луна начинает вращаться вокруг Земли.



Несобранный вид



Собранный вид

Рис. 1: Установка для демонстраций

Список литературы

- [1] Курс общей физики профессора Д. А. Паршин, Классическая механика и теория относительности, Лекция 27
- [2] Ethan Siegel, Ask Ethan: If Mass Curves Spacetime, How Does It Un-Curve Again?, 2018
- [3] Фрагмент д/с "Тайны мироздания" (Beyond the Cosmos) с Брайаном Грином, 2011
- [4] Gravity Visualized
- [5] Видеодемонстрация сборки установки
- [6] Видеодемонстрация притяжения объектов, как следствия кривизны пространства
- [7] Видеодемонстрация движения тел по орбитам, как следствия кривизны пространства
- [8] Видеодемонстрация движения тел по орбитам, как следствия кривизны пространства (на прототипе установки меньшего размера)