

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

---

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ "НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО"

Университет ИТМО

Физико-технический факультет

# ОБЩАЯ ФИЗИКА ЛЕКЦИОННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Методические рекомендации  
к проведению лекционных демонстраций по разделам:  
механика, термодинамика, электромагнетизм, оптика, атомная физика

Санкт-Петербург, 2020

# 1 Динамика вращения материальной точки и твердого тела. Вычисление моментов инерции. Гироскопы.

## 1.1 Гироскоп с перемещаемым центром масс

*Отступление:* Гироскоп – быстро вращающееся твердое тело, ось вращения которого может изменять свое направление в пространстве, при этом свободным называется гироскоп с моментом внешних сил  $\vec{M}$  равным нулю. Для его поведения характерно: в каждый момент времени движение есть вращение вокруг мгновенной оси, проходящей через неподвижную точку опоры. С течением времени мгновенная ось и вектор момента импульса  $\vec{L}$  меняют свое положение в теле, описывая конусы вокруг оси фигуры гироскопа с одной и той же постоянной угловой скоростью  $\vec{\omega}_1$ , в общем случае не равной мгновенной угловой скорости гироскопа  $\vec{\omega}$ . Направление вектора  $\vec{L}$  фиксировано в пространстве. Ось фигуры гироскопа и мгновенная ось равномерно вращаются в пространстве вокруг направления вектора момента импульса  $\vec{L}$  с угловой скоростью  $\vec{\omega}_1$ , но в противоположных направлениях. Такое движение называется свободной регулярной прецессией. [1] Но более хитрое поведение наблюдается у неуравновешенного гироскопа, т.е. у которого момент внешних сил  $\vec{M}$  не равен нулю.



Рис. 1: Гироскоп с перемещаемым центром масс

### 1.1.1 Описание

На Рис. 1 изображен гироскоп, имеющий три степени свободы и состоящий из маховика, насаженного на ось, и грузика, свободно по ней двигающегося и создающий момент силы тяжести, который и выводит гироскоп из уравновешенного состояния.

### 1.1.2 Ход демонстрации

Маховик приводится в быстрое вращение. В зависимости от расположения груза на оси гироскоп вращается с постоянной скоростью вокруг вертикальной оси  $OY$  по часовой стрелке или против [2], совершает *вынужденную прецессию*, например, когда грузик расположен ближе к концу оси, вращение – по часовой. То, что прецессия происходит вокруг направления постоянной силы, приложенной к гироскопу, так же подтверждается, если прикрепить к концу оси гироскопа пружинку и тянуть за неё в различных направлениях [3]. Например, к гироскопу в уравновешенном состоянии прикрепляется пружина и тянется вверх – направление прецессии против часовой, вбок от себя или на себя – маховик опускается или поднимается. Если же снова вывести гироскоп из уравновешенного состояния, т.е. сместить грузик к концу оси, и тянуть пружину в направлении прецессии, то грузик будет подниматься, если в обратном – опускаться.

### 1.1.3 Теория

*Напоминание:* Теория прецессии основана на уравнении моментов, при том, что угловая скорость вращения гироскопа  $\vec{\omega} \gg$  угловой скорости прецессии  $\vec{\omega}'$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (1)$$

где  $\vec{L}$  – момент импульса системы и  $\vec{M}$  – суммарный момент всех внешних сил. Оба момента,  $\vec{M}$  и  $\vec{L}$ , определены относительно одной и той же неподвижной точки опоры  $O$  заданной системы отсчета. Момент импульса  $\vec{L}$  прецессирующего волчка относительно точки опоры  $O$  представляется в виде суммы момента импульса  $\vec{L}_\omega$ , обусловленного вращением волчка вокруг своей оси, и некоторого добавочного момента импульса  $\vec{L}'$ , вызванного прецессией волчка вокруг вертикальной оси, т.е.  $\vec{L} = \vec{L}_\omega + \vec{L}'$ . Поскольку ось волчка совпадает с одной из его главных осей, то  $\vec{L}_\omega = I\vec{\omega}$ , где  $I$  – момент инерции волчка относительно этой оси. Кроме того, чем меньше угловая скорость прецессии, тем меньше и соответствующий момент  $\vec{L}'$ .

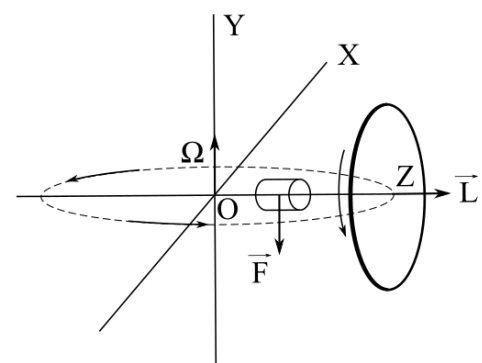


Рис. 2: Схематичное изображение прецессии гироскопа

Вынужденная прецессия объясняется *приближенной теорией*. При  $\vec{\omega} \gg \vec{\omega}'$  практически во всех случаях  $\vec{L}_\omega \gg \vec{L}'$ , поэтому справедливо:

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (2)$$

Результирующий момент импульса  $\vec{L}$  почти совпадает с  $\vec{\omega}$ , как по модулю, так и по направлению, они направлены вдоль оси фигуры гироскопа, поэтому о движении оси его фигуры судят по изменению направления вектора  $\vec{L}$ . Если рассматривать  $\vec{L}$  как радиус-вектор, то  $\frac{d\vec{L}}{dt}$  геометрически может быть истолкована как скорость движения конца вектора  $\vec{L}$ . Точка приложения внешней силы  $\vec{F}$  лежит на оси фигуры гироскопа, момент силы будет  $\vec{M} = [\vec{\alpha}\vec{F}]$ , где  $\vec{\alpha}$  – радиус-вектор, проведенный от точки опоры гироскопа к точке приложения силы  $\vec{F}$ . В силу уравнения моментов вектор "скорости"  $\frac{d\vec{L}}{dt}$  будет перпендикулярен к оси фигуры гироскопа  $Z$  (рис. 2). Такой момент сил может изменить только направление вектора  $\vec{L}$ , а не его длину. Как итог, если внешняя сила  $\vec{F}$  постоянна, то вектор  $\vec{L}$ , а с ним и ось фигуры гироскопа должны совершать равномерное вращение вокруг оси  $OY$ , т.е. вынужденную прецессию. Вектор угловой скорости прецессии  $\vec{\Omega}$  в рассматриваемом примере направлен вдоль оси  $OY$  [1].

*Замечание:* Сила тяжести, сила, вызывающая прецессию, направлена вертикально вниз, ее точка приложения движется по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости, т.е. сила тяжести не совершает никакой работы. Вопрос: откуда берется кинетическая энергия прецессионного движения? И как объясняется мгновенное исчезновение вынужденной прецессии гироскопа при мгновенном прекращении действия момента внешних сил, вызывающего эту прецессию (кажущаяся "безынерциональность" вынужденной прецессии) Ответить на вопросы в рамках приближенной теории невозможно, для полного понимания необходима точная теория гироскопа, более сложная в объяснении.

## Список литературы

- [1] Д. В. СИВУХИН, ОБЩИЙ КУРС ФИЗИКИ. Механика. Том I, стр. 269
- [2] Видеодемонстрация прецессия гироскопа с грузом вокруг направления приложенной силы
- [3] Видеодемонстрация прецессия гироскопа с прикрепленной к концу его оси пружиной вокруг направления приложенной силы