

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

---

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ "НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО"

Университет ИТМО

Физико-технический факультет

# ОБЩАЯ ФИЗИКА ЛЕКЦИОННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Методические рекомендации  
к проведению лекционных демонстраций по разделам:  
механика, термодинамика, электромагнетизм, оптика, атомная физика

Санкт-Петербург, 2020

# 1 Динамика вращения материальной точки и твердого тела. Вычисление моментов инерции. Гироскопы.

## 1.1 Волчок

### 1.1.1 Теория

Гироскоп – быстро вращающееся твердое тело, ось вращения которого может изменять свое направление в пространстве, например, волчок с центром массы выше точки опоры. Опыт демонстрирует: если ось вращающегося волчка наклонена к вертикали, то он не падает, а совершает так называемое прецессионное движение (прецессию) — его ось описывает конус вокруг вертикали с некоторой угловой скоростью  $\vec{\omega}'$  и чем больше угловая скорость  $\vec{\omega}$  вращения волчка, тем меньше угловая скорость прецессии  $\vec{\omega}'$ . [1] Теория построена на уравнении моментов, принимая, что  $\vec{\omega} \gg \vec{\omega}'$ . [2]

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (1)$$

где  $\vec{L}$  – момент импульса системы и  $\vec{M}$  – суммарный момент всех внешних сил. Оба момента,  $\vec{M}$  и  $\vec{L}$ , определены относительно одной и той же неподвижной точки опоры  $O$  заданной системы отсчета. Момент импульса  $\vec{L}$  прецессирующего волчка относительно точки опоры  $O$  (рис. 2) можно представить в виде суммы момента импульса  $\vec{L}_\omega$ , обусловленного вращением волчка вокруг своей оси, и некоторого добавочного момента импульса  $\vec{L}'$ , вызванного прецессией волчка вокруг вертикальной оси, т. е.  $\vec{L} = \vec{L}_\omega + \vec{L}'$ . Поскольку ось волчка совпадает с одной из его главных осей, то  $\vec{L}_\omega = I\vec{\omega}$ , где  $I$  – момент инерции волчка относительно этой оси. Кроме того, чем меньше угловая скорость прецессии, тем меньше и соответствующий момент  $\vec{L}'$ . При  $\vec{\omega} \gg \vec{\omega}'$  практически во всех случаях  $\vec{L}_\omega \gg \vec{L}'$ , поэтому результирующий момент импульса  $\vec{L}$  почти совпадает с  $\vec{L}_\omega$ , как по модулю, так и по направлению, – справедливо:

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (2)$$

Зная поведение  $\vec{L}$ , можно найти и характер движения оси волчка-гироскопа.

Но  $\vec{L}$  относительно точки  $O$  (рис. 2), согласно уравнению моментов (1), получает за  $dt$  приращение

$$d\vec{L} = \vec{M}dt, \quad (3)$$

совпадающее по направлению с  $\vec{M}$  – моментом внешних сил относительно той же точки  $O$  (в данном случае это момент силы тяжести  $m\vec{g}$ ). Из (рис. 2) –  $d\vec{L} \perp \vec{L}$ . Как итог,  $\vec{L}$  (и ось волчка) будет поворачиваться вместе с  $\vec{M}$  вокруг вертикали, описывая круговой конус с углом полураствора  $\theta$ . Волчок-гироскоп будет прецессировать вокруг вертикальной оси с некоторой угловой скоростью  $\vec{\omega}'$ .

Согласно (рис. 2), модуль приращения  $\vec{L}$  за время  $dt$  есть  $|d\vec{L}| = L \sin \theta \cdot \omega' dt$ , или в векторном виде  $d\vec{L} = [\vec{\omega}' \vec{L}] dt$ . После подстановки этого выражений в (3):

$$[\vec{\omega}' \vec{L}] = \vec{M} \quad (4)$$

Т.е. момент сил  $\vec{M}$  определяет угловую скорость прецессии  $\vec{\omega}'$ , поэтому мгновенное устранение момента  $\vec{M}$  приводит к мгновенному исчезновению и прецессии. В этом отношении можно сказать, что прецессия не обладает инерцией.

Момент сил  $\vec{M}$ , действующий на гироскоп, может иметь любую природу. Для обеспечения регулярной прецессии (постоянной угловой скорости  $\vec{\omega}'$ ) важно только, чтобы вектор  $\vec{M}$ , не меняясь по модулю, поворачивался вместе с осью гироскопа.

### 1.1.2 Ход демонстрации

Необходимо сообщить волчку достаточно быстрое вращение вокруг своей оси. Момент внешних сил (в большей степени сила тяжести) вызывает прецессию. Сила трения, действующая в точке опоры волчка, замедляет осевое



Рис. 1: Волчок

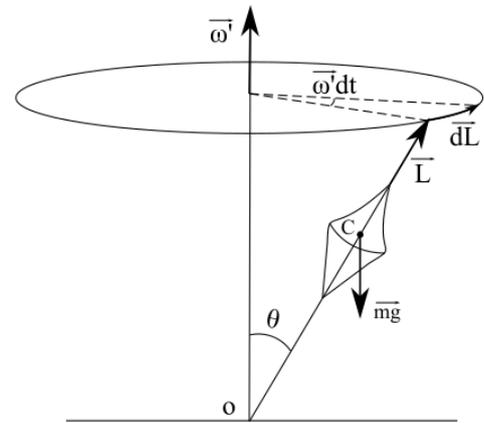


Рис. 2: Схематичное изображение волчка

вращение и заставляет двигаться центр масс. Волчок бежит по плоскости опоры, скольжение постоянно замедляется и в конечном итоге переходит в качение. К этому моменту и осевое вращение волчка обычно замедляется настолько сильно, что он теряет устойчивость и падает под действием силы тяжести.

## Список литературы

- [1] Видеодемонстрация прецессии волчка
- [2] И. Е. Иродов, Общий курс физики. Механика. Основные законы, стр. 185