

Кинематика материальной точки. Кинематика вращательного движения твердого тела

Практическое занятие

- 1 Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = \alpha t \vec{i} + (\beta t^2 + \gamma) \vec{j}$, где $\alpha = 2,5 \text{ м/с}$, $\beta = 1 \text{ м/с}^2$ и $\gamma = 1 \text{ м}$. Определите:
 - 1) траекторию точки, постройте ее график;
 - 2) перемещение и вектор средней скорости за время $\Delta t = 2 \text{ с}$ от начала движения при $t = 0$;
 - 3) скорость и ускорение точки, а также угол между ними в момент времени $t = 2 \text{ с}$;
 - 4) путь, пройденный точкой за время $\Delta t = 2 \text{ с}$ от начала движения при $t = 0$, а также среднюю (путевую) скорость за это время
- 2 Поезд метрополитена между станциями движется прямолинейно с ускорением, проекция которого на направление движения зависит от расстояния s , пройденного от станции, по закону $a_x = a_0 - bs$, где $a_0 = 0,4 \text{ м/с}^2$, $b = 4 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-2}$. Определите:
 - 1) зависимость от времени расстояния s , скорости и ускорения поезда;
 - 2) время движения поезда между станциями;
 - 3) максимальную скорость поезда;
 - 4) расстояние между станциями.
- 3 Тело бросили с высоты $h = 8 \text{ м}$ со скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$ горизонтально. Определите:
 - 1) во сколько раз радиус кривизны ρ траектории при падении тела на Землю отличается от радиуса кривизны начала траектории;
 - 2) с какой скоростью надо бросить тело, чтобы центр кривизны начала траектории находился на земной поверхности.Соппротивлением воздуха пренебречь
- 4 Дуговая координата материальной точки, движущейся по дуге окружности радиусом $R = 0,7 \text{ м}$, изменяется со временем по закону $l = \alpha + \beta t^3$, где $\alpha = 0,5 \text{ м}$, $\beta = 0,04 \text{ м/с}^3$. Определите тангенциальное, нормальное и полное ускорения точки в момент времени, когда ее скорость $v = 0,27 \text{ м/с}$
- 5 Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от времени по закону $\omega = \omega_0(1 - e^{-\alpha t})$, где $\omega_0 = 6,5 \text{ рад/с}$, $\alpha =$

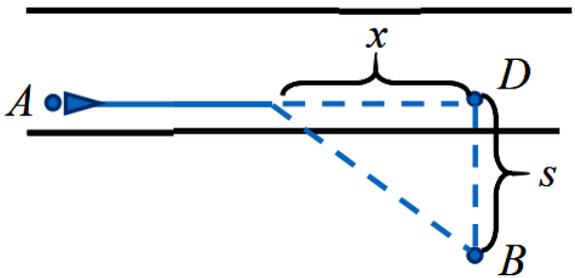
$0,05 \text{ c}^{-1}$. Определите:

- 1) зависимость угла поворота и углового ускорения от времени;
 - 2) средние угловые скорость и ускорение, а также число оборотов за промежуток времени от начала вращения при $t = 0$ до момента времени, когда угловая скорость ω в 2 раза меньше установившейся угловой скорости ω_0
- 6 Скорость точек боковой поверхности цилиндра, вращающегося вокруг своей оси симметрии, изменяется со временем по закону $v_1 = \alpha_1 t^2$, где $\alpha_1 = 12,5 \text{ см/с}^3$, а точек цилиндра, находящихся на расстоянии $r = 20 \text{ см}$ ближе к оси цилиндра, – по закону $v_2 = \alpha_2 t^2$, где $\alpha_2 = 7,5 \text{ см/с}^3$. Определите:
- 1) радиус цилиндра;
 - 2) угловые скорость и ускорение в момент времени t_1 , когда угол между вектором полного ускорения и вектором скорости произвольной точки цилиндра $\alpha = 45^\circ$;
 - 3) угол поворота за промежуток времени от начала вращения при $t = 0$ до момента времени t_1 .

Домашнее задание

- 1 Требуется переправиться на катере из точки A на одном берегу реки в прямо противоположную точку B на другом берегу. Катер пересекает реку с постоянной относительно воды скоростью $v_k = 6$ км/ч. Скорость течения в реке всюду одинакова и равна $v_t = 3$ км/ч. Определите, под каким углом к отрезку AB должен двигаться катер, и его скорость относительно берега. Чему равно время переправы, если ширина реки $d = 600$ м?
- 2 На первом участке пути в течение промежутка $\Delta t_1 = 3\Delta t/4$ (где Δt – полное время движения) средняя скорость тела в 2 раза больше его средней скорости в оставшийся промежуток времени. Определите среднюю скорость тела на первом участке пути, если средняя скорость на всем пути $v_{cp} = 14$ км/ч
- 3 Колесо радиусом $R = 0,4$ м катится без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью $v = 2$ м/с. Определите путь, проходимый точкой, лежащей на ободе колеса, между двумя последовательными моментами касания этой точкой поверхности. Чему равно ускорение этой точки и куда оно направлено?
- 4 Тангенциальное ускорение точки твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, зависит от времени по закону $a_\tau = \alpha t$, где $\alpha = 0,6$ м/с³. В начальный момент времени при $t = 0$ угловая скорость тела $\omega_0 = 0$. Определите расстояние точки тела от оси вращения, если при $t = 2$ с угол поворота тела $\varphi = 4$ рад. Чему равна угловая скорость тела в этот момент времени?

Задачи для контрольной

- 1 С зависшего над землей в безветренную погоду воздушного шара сбросили одновременно из одной точки два тела. Начальные скорости тел $v_{01} = 5$ м/с и $v_{02} = 20$ м/с направлены горизонтально в противоположные стороны. В какой момент времени угол между направлениями их скоростей станет равным 90° ? Чему равно расстояние между телами в этот момент времени? Сопротивлением воздуха пренебречь
- 2 Материальная точка движется по прямой, замедляясь с ускорением, модуль которого зависит от ее скорости по закону $a = \alpha \sqrt{v}$, где $\alpha = 0,5$ м^{0,5}/с^{1,5}. В начальный момент времени при $t = 0$ скорость точки $v_0 = 4$ м/с. Определите промежуток времени, за который точка остановится, а также путь, пройденный за это время
- 3 Из пункта A , находящегося на гравийной дороге, необходимо за кратчайшее время попасть на тракторе в пункт B , расположенный в поле на расстоянии $s = 20$ км от дороги. Скорость трактора по дороге в $n = 2,23$ раза больше его скорости по полю. На каком расстоянии x от точки D следует свернуть с дороги?
- 4 Материальная точка движется замедленно по окружности радиусом $R = 0,5$ м. В каждый момент времени ее тангенциальное ускорение по модулю равно нормальному ускорению. В начальный момент времени при $t = 0$ скорость точки $v_0 = 25$ м/с. Чему равны скорость точки и ее полное ускорение в момент времени, когда она сделает один оборот по окружности?
- 5 Твердое тело начинает вращаться вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\varepsilon = at$, где $\alpha = 0,08$ рад/с³. Спустя какое время после начала вращения вектор полного ускорения произвольной точки тела будет составлять угол $\varphi = 30^\circ$ с ее вектором скорости?
- 6 Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от угла поворота φ по закону $\omega = \omega_0 - \alpha\varphi$, где $\omega_0 = 1,5$ рад/с и $\alpha = 0,3$ с⁻¹. При $t = 0$ угол $\varphi = 0$. Определите зависимость угла поворота и угловой скорости от времени. На какой угол повернется тело при уменьшении угловой скорости в 2 раза?