

ІТМО

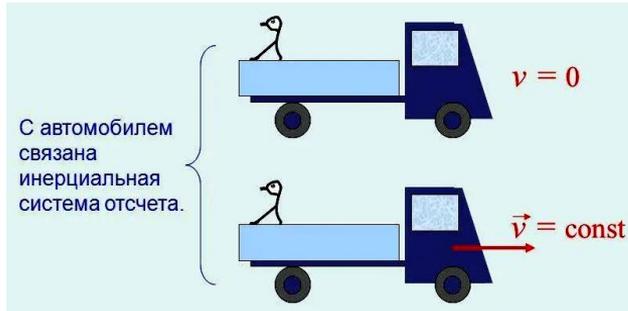
Лекція 2

Динамика МТ

Законы Ньютона

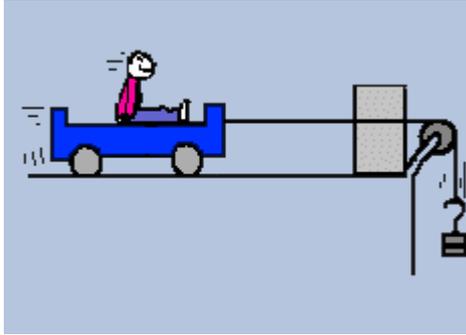


Динамика – раздел механики, изучающий влияние взаимодействия тел на механическое движение



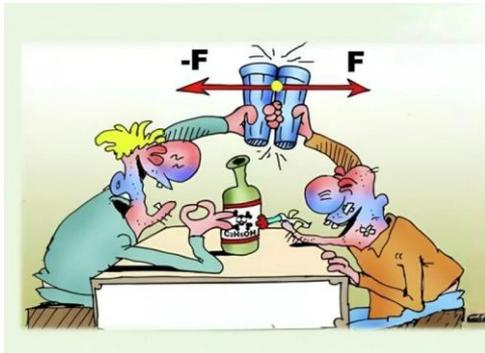
I закон Ньютона: существуют такие системы отсчёта, в которых материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие других объектов не выведет её из этого состояния

Законы Ньютона



II закон Ньютона: ускорение материальной точки совпадает по направлению с силой, с которой действуют на неё другие тела, и равно отношению этой силы к массе точки

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$



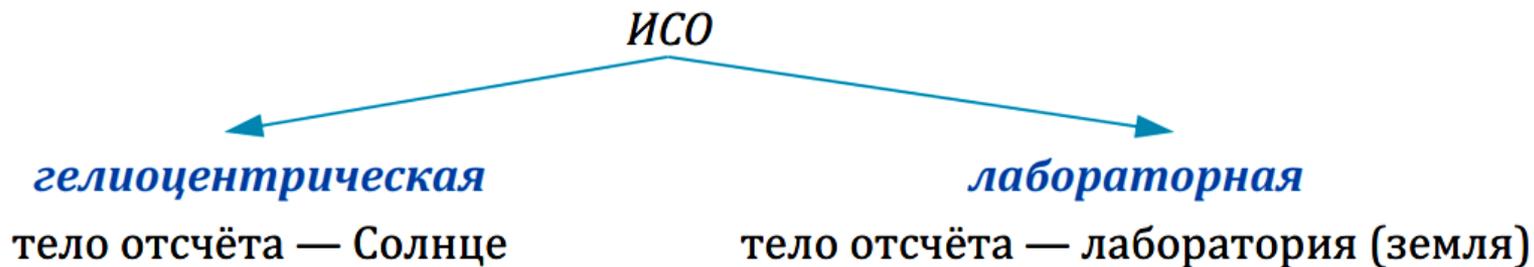
III закон Ньютона: две материальные точки действуют друг на друга с силами, равными по модулю, противоположными по направлению и направленными вдоль прямой, соединяющей эти точки

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

ИСО. Инертность

Инерциальная система отсчёта (ИСО) — система отсчёта, относительно которой материальная точка, не испытывающая внешних воздействий, движется равномерно и прямолинейно

I закон Ньютона: инерциальные системы отсчёта существуют



ИСО. Инертность

ИТМО

Inertia Example #1: Why you need to wear a seatbelt
(especially if you are a giraffe)



Инертность – свойство сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения в отсутствие внешних воздействий

МАССА ИЛИ РЕЛЬЕФ
(ВЫБЕРИТЕ НУЖНУЮ ВАМ ПРОГРАММУ)



Масса – скалярная физическая величина – характеристика тела, являющаяся мерой его инертности

$$[m] = \text{кг}$$

Сила

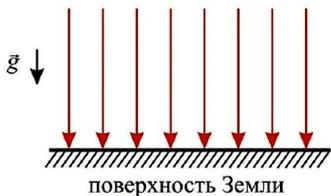


Сила – векторная величина – мера воздействия на данное тело другого объекта

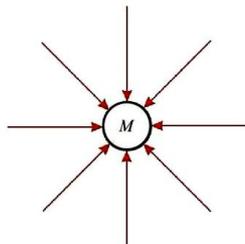
$$[F] = \text{Н}$$

Линия действия силы – прямая, вдоль которой направлена сила.

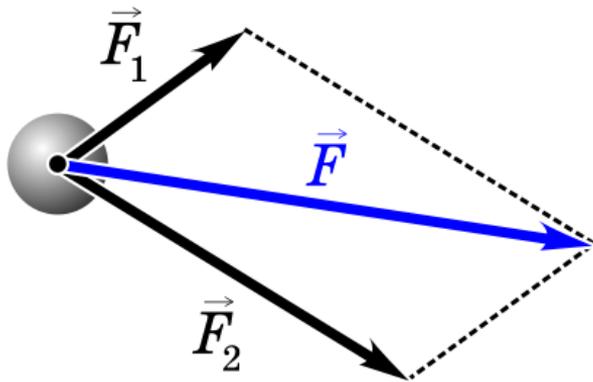
Поле однородной силы тяжести



Поле гравитационной силы



Силовая линия – кривая, касательные к которой в каждой её точке совпадают по направлению с силой

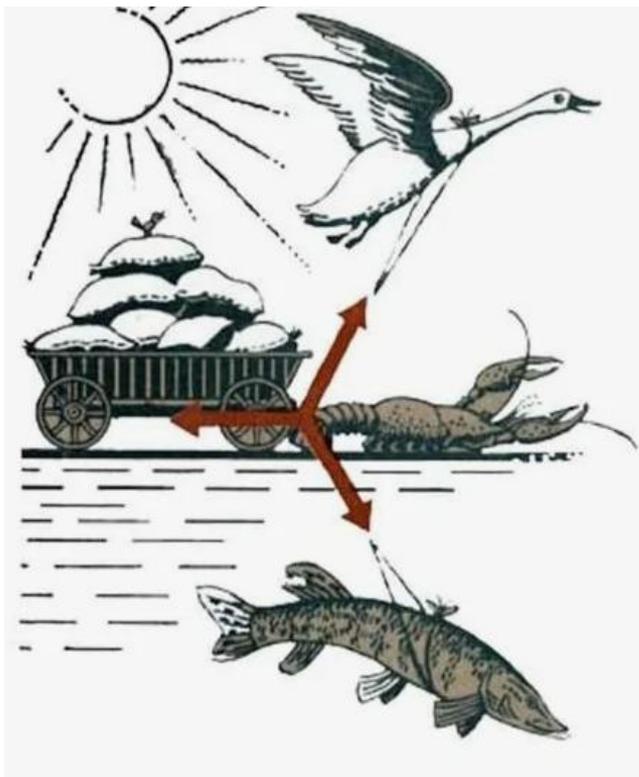


Главный вектор сил — векторная сумма всех сил, описывающих действие на данное тело других объектов

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$



Равнодействующая сил — сила, эквивалентная данной системе сил, т. е. сила, описывающей такое воздействие на данную механическую систему, под которым система будет двигаться так же, как под воздействием всех n объектов



Принцип независимости действия сил: если на материальную точку одновременно действует n объектов, то ускорение этой точки

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

дифференциальное уравнение движения материальной точки

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{F_x}{m} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{F_y}{m} \\ \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{F_z}{m} \end{cases}$$



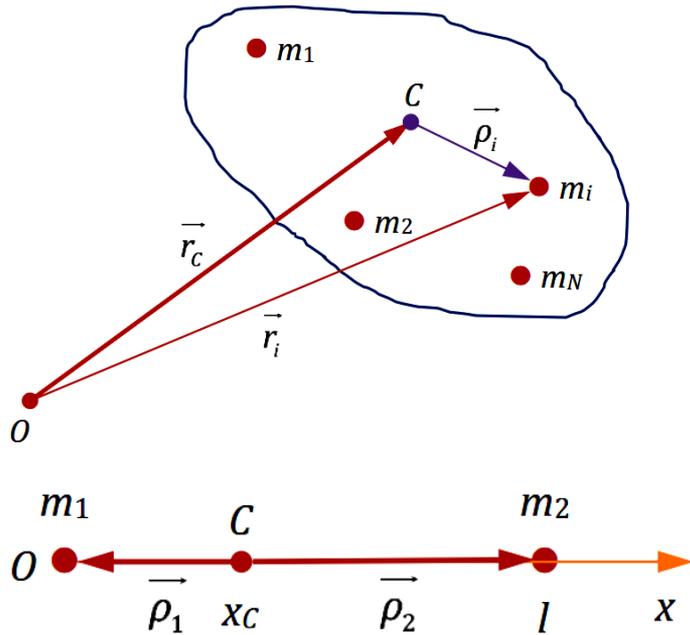
Внешние силы – силы, описывающие действие объектов, не входящих в данную механическую систему, на тела, входящие в неё

Внутренние силы – силы, описывающие взаимодействие тел, входящих в данную механическую систему

$$\sum \vec{F}^{\text{внутр}} = \vec{0}$$

(из III закона Ньютона)

Центр масс



Центр масс механической системы — точка, для которой

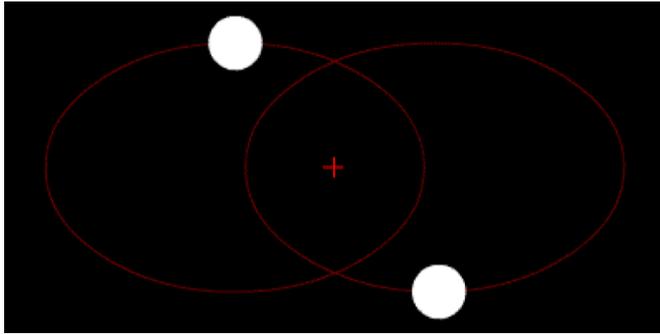
$$\sum_{i=1}^N m_i \vec{\rho}_i = 0 \quad \sum_{i=1}^N m_i (\vec{r}_i - \vec{r}_C) = 0$$

$$\vec{r}_C = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i$$

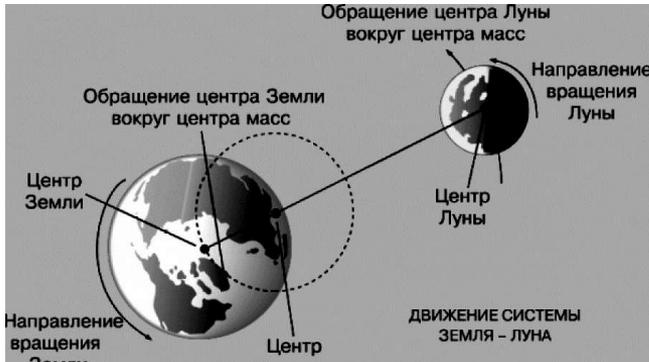
$$x_C = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i x_i \quad y_C = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i y_i \quad z_C = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i z_i$$

$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2}$$

Центр масс



Теорема о движении центра масс: центр масс механической системы движется как материальная точка с массой, равной массе системы, к которой приложена сила, равная главному вектору внешних сил, приложенных к системе



$$M\vec{a}_C = \vec{F}^{\text{внеш}}$$

если связать систему отсчёта с центром масс замкнутой системы точек, то такая система отсчёта будет инерциальной

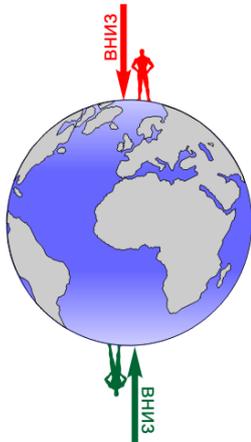
Некоторые силы



закон всемирного тяготения

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2 \vec{r}}{r^2}; \quad G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \frac{\text{М}^2}{\text{кг}^2}$$

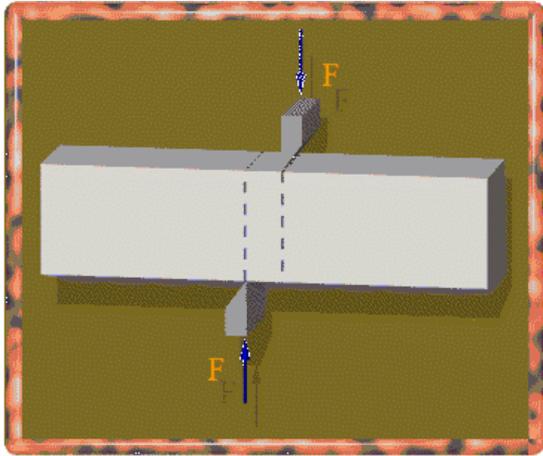
Сила тяжести – гравитационная сила вблизи поверхности Земли



$$\vec{F}_g = \vec{F}_T = -G \frac{mM \vec{R}}{R^2} = m\vec{g}; \quad g = G \frac{M}{R^2} \approx 9.81 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

g – ускорение свободного падения

Некоторые силы

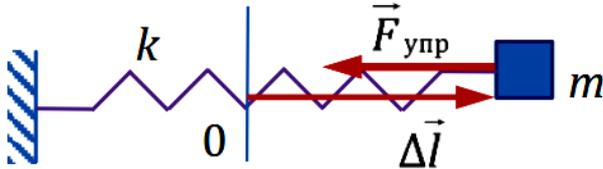


Упругая деформация – деформация тела, которая полностью исчезает после прекращения взаимодействия, являющегося её причиной

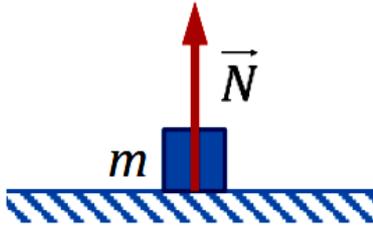
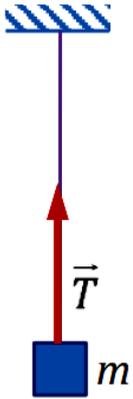
Линейная деформация подчиняется **закону Гука (сила упругости)**

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k\Delta\vec{l}$$

$\Delta\vec{l}$ – вектор деформации, k – **коэффициент упругости (жѐсткость)** деформируемого тела



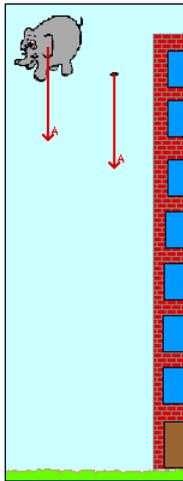
Некоторые силы



Сила натяжения \vec{T}

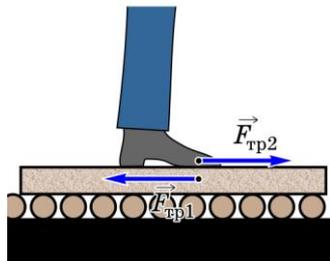
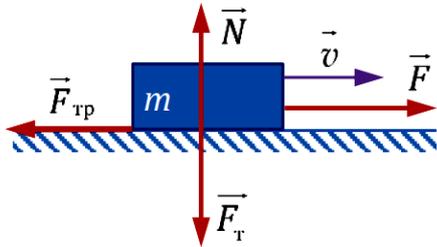
Нормальная сила реакции опоры \vec{N}

Вес тела – сила, описывающая действие тела на опору или подвес; по модулю равен силе упругости (по III закону Ньютона $\vec{P} = -\vec{T}$ или $\vec{P} = -\vec{N}$).



Природа упругости – в межмолекулярном, т. е. электромагнитном взаимодействии

Некоторые силы



Сила трения – составляющая силы взаимодействия соприкасающихся тел, параллельная поверхности их контакта. Наличие этой составляющей обусловлено *неупругими деформациями* тел

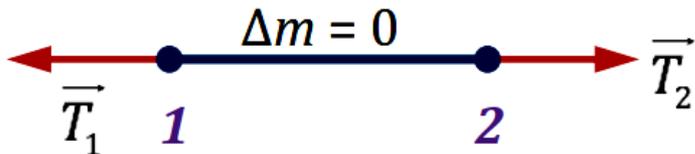
Закон сухого трения (закон Кулона)

$$F_{\text{тр max}} = \mu N$$

$F_{\text{тр max}}$ – максимальное значение модуля силы трения – **сила трения скольжения**, N – модуль силы реакции опоры, μ – **коэффициент трения** – безразмерная величина, зависящая от материала и состояния соприкасающихся поверхностей.

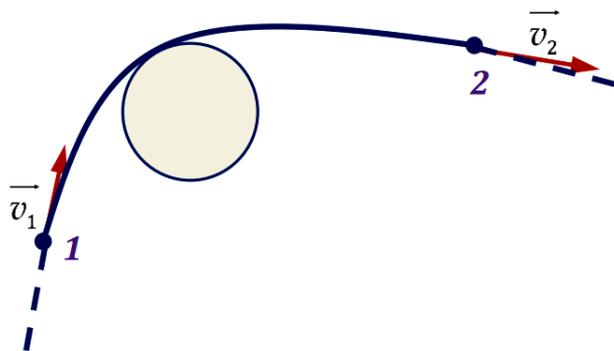
Некоторые силы

Невесомая нить



$$\Delta m \vec{a} = \vec{0} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 \Rightarrow \vec{T}_1 = -\vec{T}_2 \Rightarrow T = const$$

Нерастяжимая нить



$$\Delta l = l_2 - l_1 = const, \quad v_1 = \frac{dl_1}{dt}, \quad v_2 = \frac{dl_2}{dt}$$

$$v_2 - v_1 = \frac{d(l_2 - l_1)}{dt} = 0 \Rightarrow v_1 = v_2 \Rightarrow v = const$$

равны и тангенциальные ускорения всех точек нити

$$a_{\tau 1} = a_{\tau 2}$$

Импульс

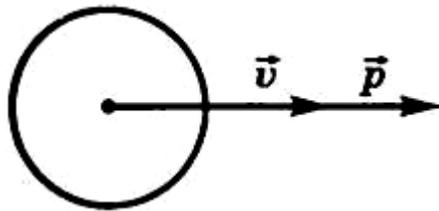
Car		Truck	
mass (kg)	1000	mass (kg)	3000
vel. (m/s)	20.0	vel. (m/s)	-20.0
mom. (kg m/s)	20 000	mom. (kg m/s)	-60 000



$$\left. \begin{aligned} m\vec{a} &= \vec{F} \\ \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

II закон Ньютона в дифференциальной / импульсной форме

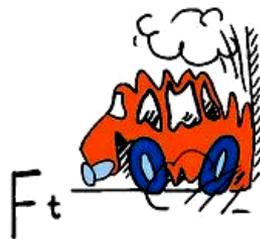
$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$



импульс материальной точки

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Импульс

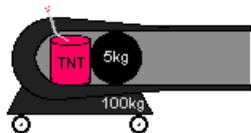


$$d\vec{p} = \vec{F} dt$$

$\vec{F} dt$ – импульс силы

импульс механической системы равен сумме импульсов тел (материальных точек), входящих в эту систему

$$\Sigma \vec{p} = 0$$



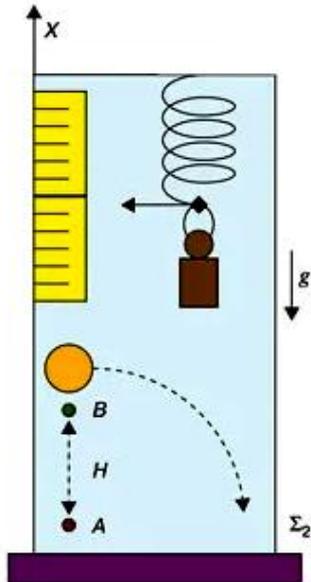
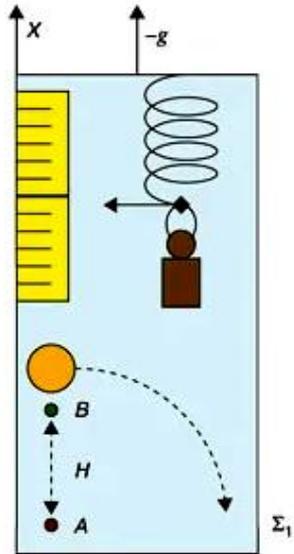
Frictionless Surface

©1998 Science Joy Wagon

$$\vec{P} = \Sigma \vec{p}_i = M \vec{v}_C \Rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}^{\text{внеш}}$$

закон сохранения импульса механической системы: импульс замкнутой системы остаётся неизменным с течением времени

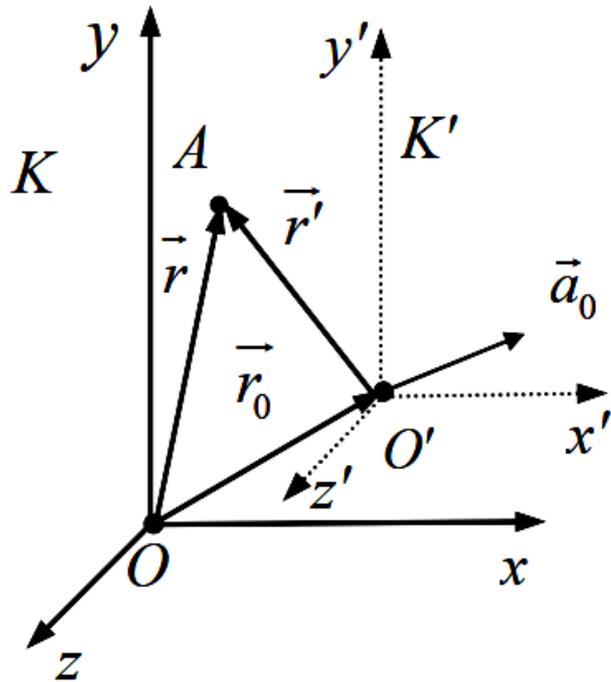
$$\vec{F}^{\text{внеш}} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = \overline{const}$$



Неинерциальными системами отсчёта (НСО) называются системы отсчёта, которые движутся с ускорением относительно инерциальных систем отсчёта (ИСО)

Силы инерции – силы, обусловленные ускоренным движением НСО относительно ИСО.

Принцип эквивалентности Эйнштейна: *все физические явления в поле тяготения происходят так же, как и в соответствующем поле сил инерции, если напряженности обоих полей в соответствующих точках пространства совпадают и начальные условия для рассматриваемых тел одинаковы*

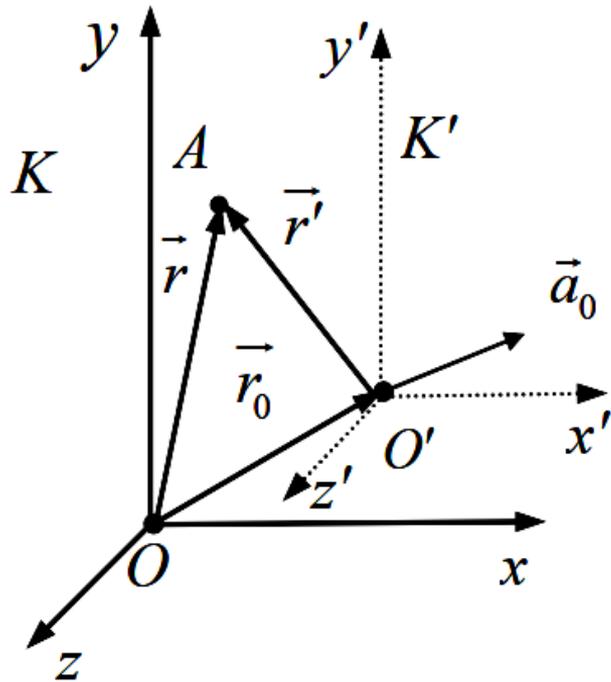


K – ИСО, K' – поступательно относительно K с \vec{a}_0 .
 $t = t'$

Движение точки (или тела) по отношению к подвижной системе отсчета, которая перемещается определенным образом относительно неподвижной системы отсчета – *относительное движение*.

Движение всех точек подвижной системы относительно неподвижной называется *переносным движением*.

Движение точки (или тела) относительно неподвижной системы отсчета – *абсолютное (или сложное) движение*



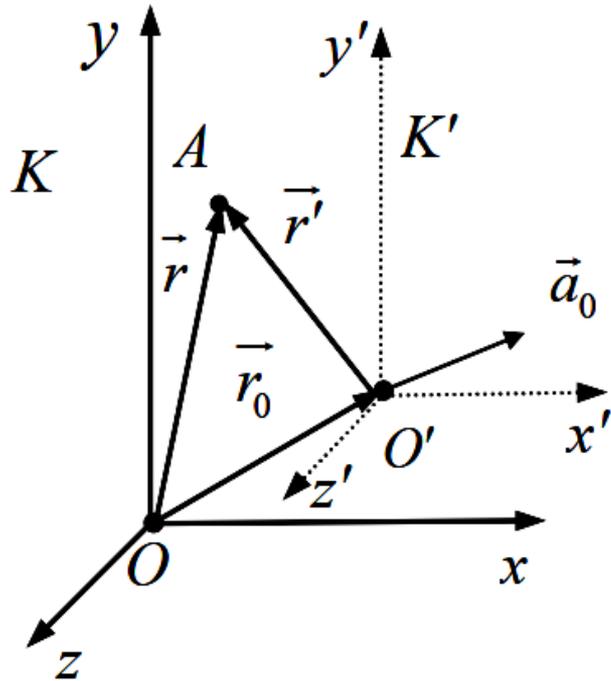
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}' \quad \vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{пер}} + \vec{v}_{\text{отн}}$$

$$\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{пер}} + \vec{a}_{\text{отн}}$$

Относительным движением называют движение по отношению к *неинерциальной системе отсчета*, для которой законы механики Ньютона несправедливы

Необходимо к силе $\vec{F}^{\text{вз}}$ взаимодействия точки с другими телами присоединить так называемую *переносную силу инерции* $\vec{F}_{\text{пер}}$



$$m\vec{a}_{\text{отн}} = m\vec{a}_{\text{абс}} - m\vec{a}_{\text{пер}}$$

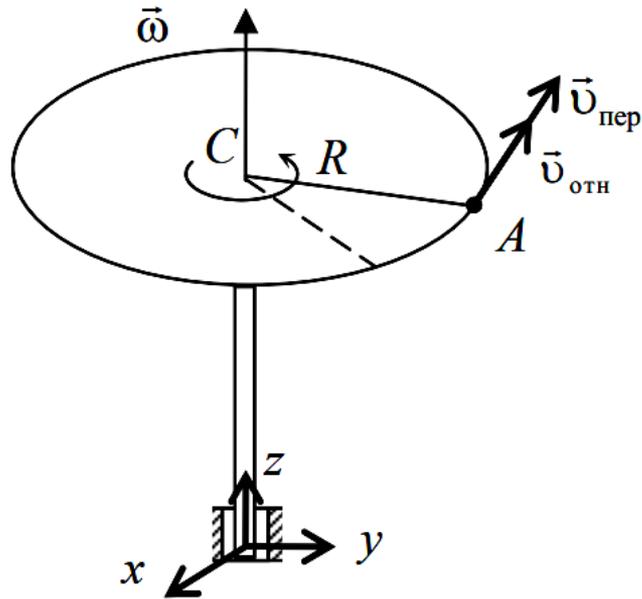
$m\vec{a}_{\text{абс}} = \sum \vec{F}_i^{\text{B3}}$ – сумма физических сил,

$\vec{F}_{\text{пер}} = -m\vec{a}_{\text{пер}}$ – переносная сила инерции

Для сил инерции нельзя указать, действие каких именно тел на рассматриваемую материальную точку они выражают. К силам инерции не применим третий закон Ньютона

Уравнение движения материальной точки в движущейся поступательно неинерциальной системе отсчета

$$m\vec{a}_{\text{отн}} = \sum \vec{F}_i^{\text{B3}} + \vec{F}_{\text{пер}}$$



$$v_{абс} = \omega R + v_{отн}$$

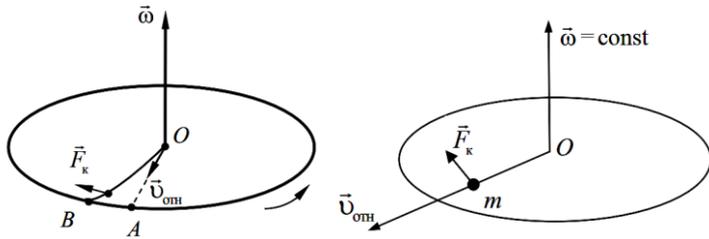
$$a_{абс} = \frac{v_{абс}^2}{R} = \frac{v_{отн}^2}{R} + 2\omega v_{отн} + \omega^2 R$$

$$a_{отн} = \frac{v_{отн}^2}{R} = a_{абс} - 2\omega v_{отн} - \omega^2 R$$

$F_{цб} = -\omega^2 R$ – центробежная сила

$F_K = -2\omega v_{отн}$ – сила Кориолиса

$$F_{отн} = F + F_{цб} + F_K$$



Диск неподвижен $\Rightarrow OA$

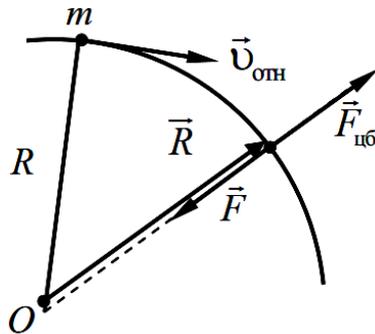
Диск вращается $\Rightarrow OB$ (относительно диска)

$$\vec{F}_K = 2m [\vec{v}_{отн}, \vec{\omega}]$$

сила Кориолиса перпендикулярна оси вращения и скорости частицы

Шарик на веревке. В НИСО натяжение нити уравновешивается центробежной силой инерции

$$\vec{F}_{цб} = m\omega^2 \vec{R}$$

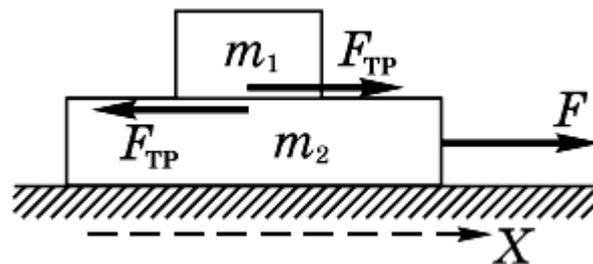


уравнение движения в неинерциальной системе отсчета с учетом ее вращения

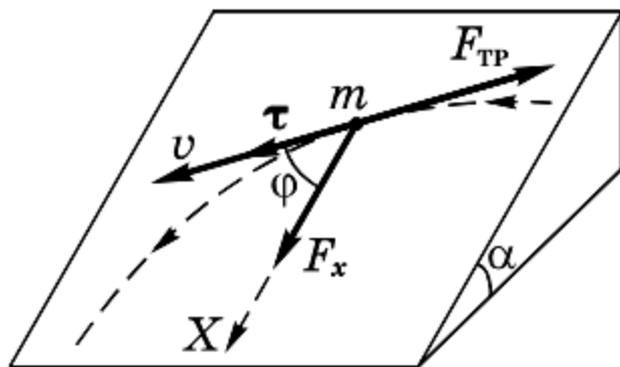
$$m\vec{a}_{отн} = \sum \vec{F}_i^{B3} - m\vec{a}_{пер} + m\omega^2 \vec{R} + 2m [\vec{v}_{отн}, \vec{\omega}]$$

Задачи для примера

- 2.1. Основное уравнение динамики.** Брусок массы m_1 находится на доске массы m_2 , которая лежит на гладкой горизонтальной плоскости (рис. 2.7). Коэффициент трения между бруском и доской равен k . К доске приложили горизонтальную силу F , зависящую от времени по закону $F = \alpha t$, где α — постоянная. Найти:
- 1) момент времени t_0 , когда доска начнет выскальзывать из-под бруска;
 - 2) ускорения бруска a_1 и доски a_2 в процессе движения.



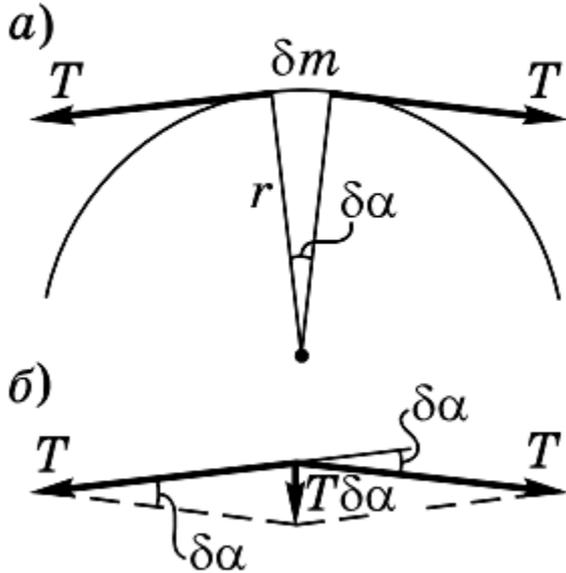
2.4. Небольшая шайба движется по наклонной плоскости, коэффициент трения которой $k = \operatorname{tg} \alpha$, где α —



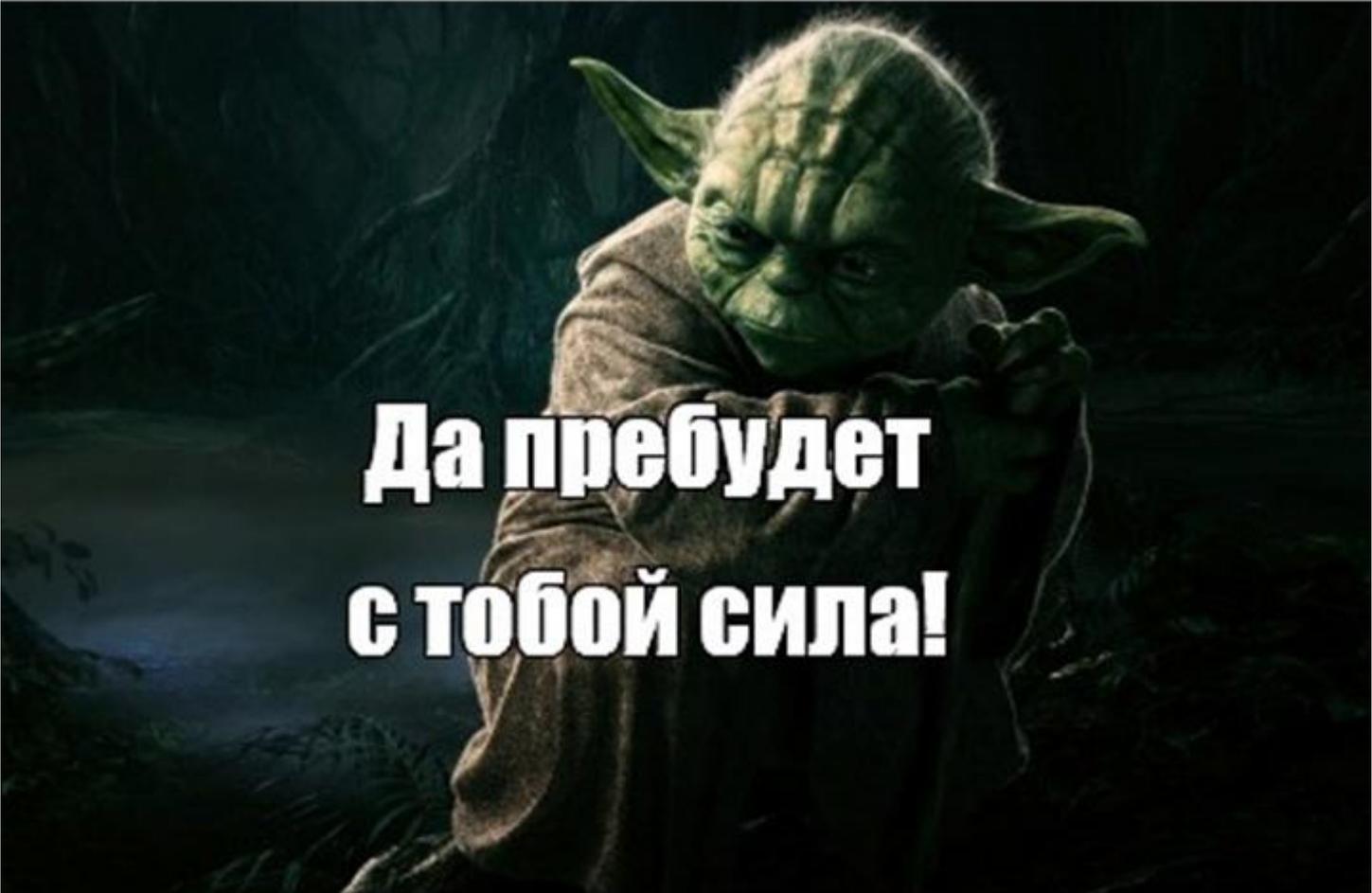
коэффициент трения которой $k = \operatorname{tg} \alpha$, где α — угол наклона плоскости к горизонту. Найти зависимость скорости v шайбы от угла φ между вектором v и осью X (рис. 2.11), если в начальный момент $v = v_0$ и $\varphi = \pi/2$.

Задачи для примера

- 2.5. Тонкий однородный упругий шнур массы m и длины l_0 (в нерастянутом состоянии) имеет коэффициент упругости κ . Склеив торцы, шнур положили на гладкую горизонтальную плоскость, придали ему форму окружности и раскрутили до угловой скорости ω вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. Найти силу натяжения шнура в этом состоянии.



ІТМО

A close-up of Yoda from Star Wars, looking serious and slightly angry. He is wearing his characteristic brown robe. The background is dark and moody, suggesting a forest or cave setting. The text is overlaid in the center of the image.

**Да пребудет
с тобой сила!**

**Спасибо
за внимание!**

ITMO *re than a*
UNIVERSITY

nnkhvastunov@itmo.ru