



# Физические основы компьютерных и сетевых технологий

Семестр 2. Колебания и волны



Музыченко Я.Б.  
[muzychenko@itmo.ru](mailto:muzychenko@itmo.ru)  
2024

## Лекція 13. Дифракція Фраунгофера



- Зонные пластинки.
- Дифракционные приближения.
- Дифракция Фраунгофера на одной щели.
- Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии.
- Разрешающая способность оптических приборов.
- Дифракция Фраунгофера как пространственное преобразование Фурье.

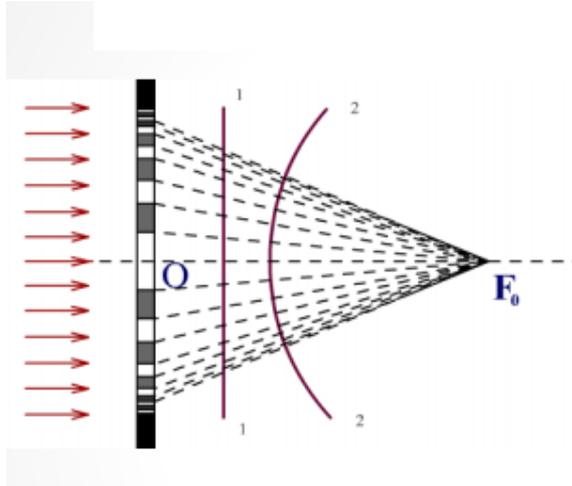
**Бывают ли плоские линзы?**

**Чем отличается дифракционная картина от одной щели от картины решетки?**

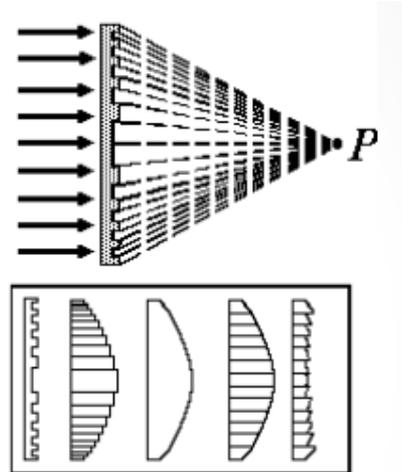
**Что такое дифракционный предел и можно ли его преодолеть?**

**Почему дифракционную картину Фраунгофера можно рассчитать с помощью ФП?**

## Амплитудные зонные пластинки

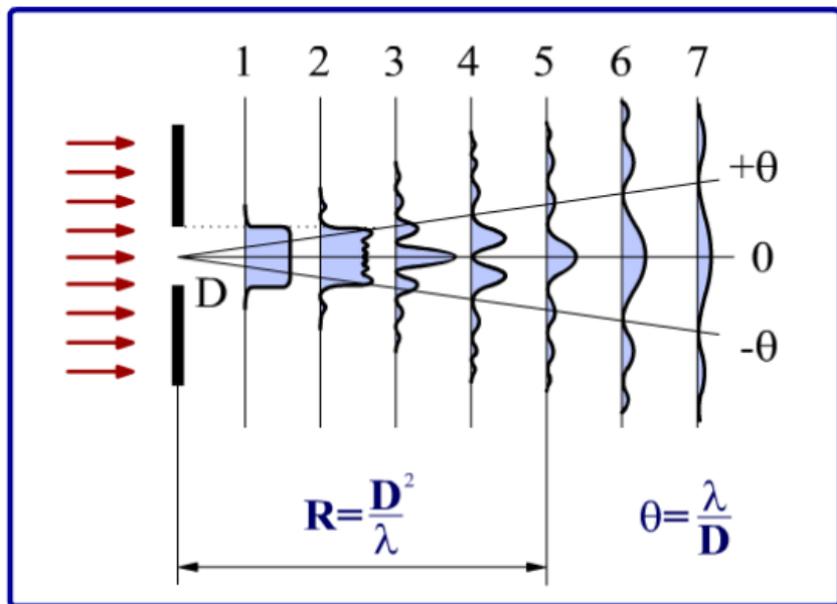


## Фазовые зонные пластинки



Вторичные колебания приходят в точку на экране в фазе, возникает многократное усиление света (фокусировка в точке на экране)

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{r_m^2} = \frac{1}{f}$$



Различают три области:

**Геометрическая оптика**

$$m \gg 1$$

**Дифракция Френеля** (дифракция в ближней зоне)

$$m \approx 1$$

**Дифракция Фраунгофера** (дифракция в дальней зоне)

$$m < 1$$

**Дистанция Рэлея** – условная граница между двумя типами дифракции

**Радиус зоны Френеля**

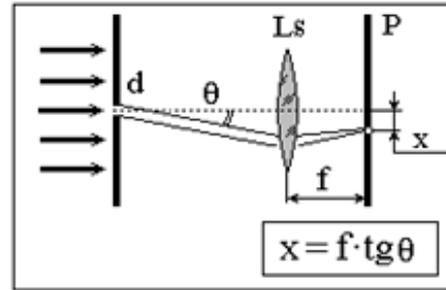
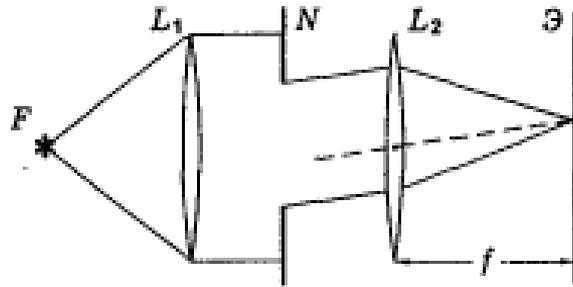
$$D = \sqrt{m\lambda z}$$

**Расходимость пучка**

$$\theta = \frac{\lambda}{D}$$

# Дифракция Фраунгофера

**Дифракция Фраунгофера** - на отверстие (препятствие) падает плоский волновой фронт, а дифракционную картину наблюдают на очень большом расстоянии – *дифракция в параллельных лучах, в дальней зоне, в бесконечности.*

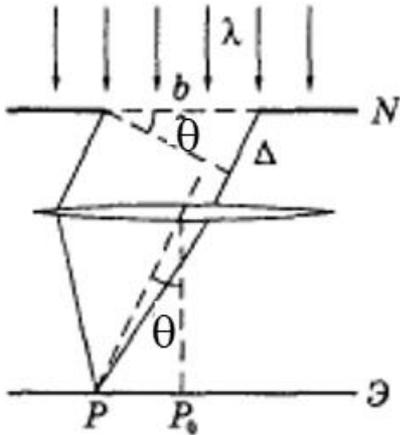


Дифракцию Фраунгофера наблюдают в фокальной плоскости линзы, которая собирает параллельный пучок.

$$\lambda = 500 \text{ нм}, D = 1 \text{ мм}, z - ?$$

| Дифракция Френеля                                   | Дифракция Фраунгофера           |
|---|---------------------------------|
| Источник излучения – плоская или сферическая волна  | Только плоская волна            |
| В центре ДК – минимум или максимум                  | В центре ДК только максимум     |
| Экран находится на конечном расстоянии от отверстия | Экран находится в бесконечности |





Разобьем щель шириной  $b$  на узкие полоски (зоны). Оптическая разность хода от крайних волн:

$$\Delta = b \sin \theta$$

Условие **минимума** дифракции на щели:

$$\Delta = b \sin \theta = \pm m \lambda$$

Условие **максимума** дифракции на щели:

$$\Delta = b \sin \theta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

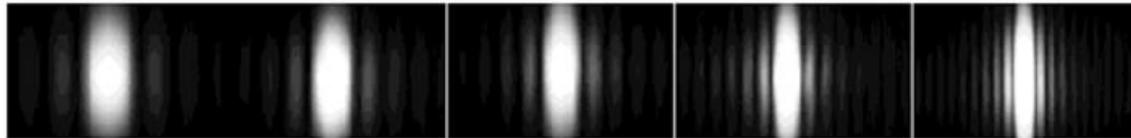
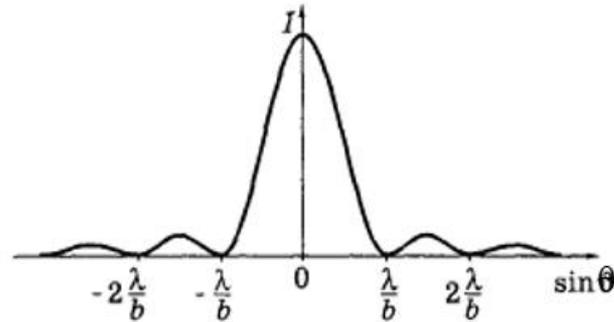
# Дифракция Фраунгофера на щели

$$E_P = \int_x \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - kx) K dx$$

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}$$

$$\alpha = \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda} = \pi b u$$

$$u = \frac{\sin \theta}{\lambda} \text{ - пространственная частота.}$$



Плоская световая волна падает под углом  $\theta_0$  к щели:

Условие минимума дифракции на щели:

$$\Delta = b(\sin \theta - \sin \theta_0) = \pm m\lambda$$

Условие максимума дифракции на щели:

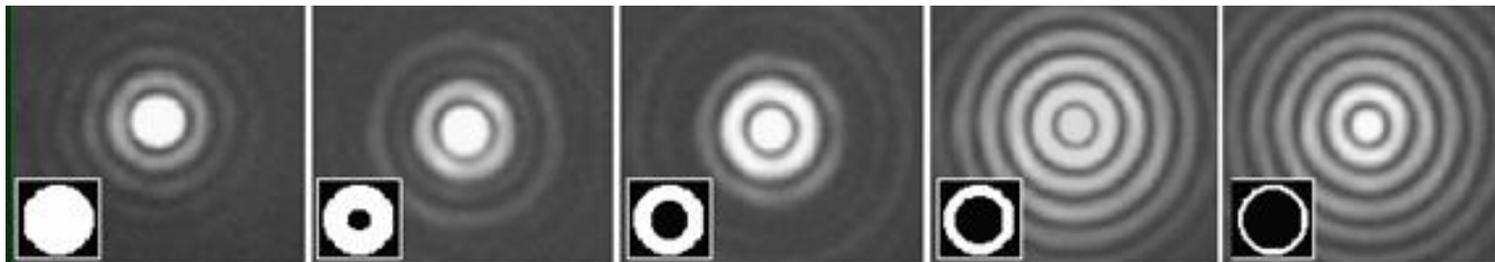
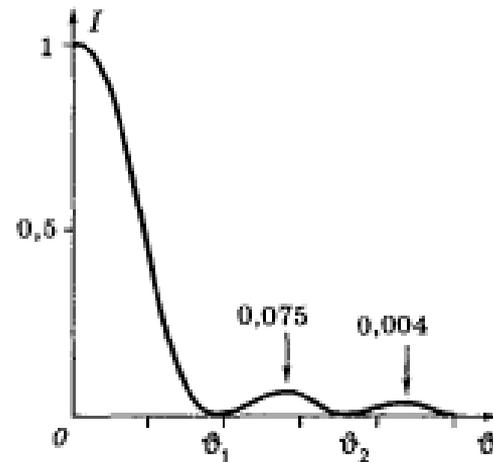
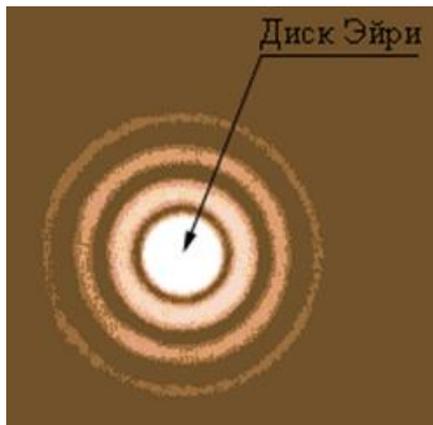
$$\Delta = b(\sin \theta - \sin \theta_0) = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2}$$

# Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии

$$I = I_0 \left( \frac{2J_1(u)}{u} \right)^2$$

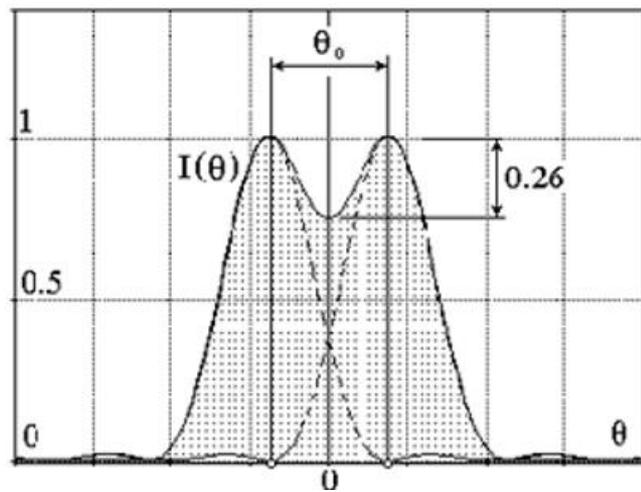
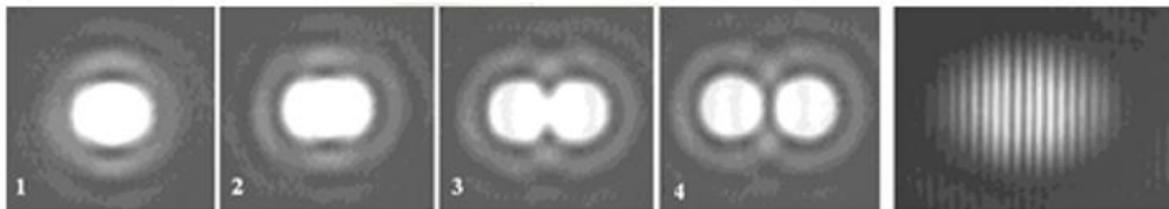
$$\vartheta_1 = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

D – диаметр отверстия;  $D \gg \lambda$



## Разрешающая способность

**Критерий Рэля**, определяющий возможность раздельного наблюдения двух точек – центральный максимум диска Эйри одной точки совпадает по угловому положению с первым минимумом другой.



$$\theta_0 = \frac{1,22\lambda}{D} \quad \text{Глубина минимума – 26\%}$$

Разрешающая способность оптического прибора:

$$R = \frac{1}{\theta_0}$$

## Разрешающая способность

ИТМО

С какого расстояния следует рассматривать картины импрессиониста XIX века Жоржа Сёра?

Размер пятен (точек) – 2 мм, диаметр зрачка -3 мм.



WOMEN BY THE WATER

## Разрешающая способность

С какого расстояния следует рассматривать картины импрессиониста XIX века Жоржа Сёра?

Размер пятен (точек) – 2 мм, диаметр зрачка - 2 мм.

$$\theta_{\min} = \frac{1,22\lambda}{d_{\text{зр}}} \approx 1'$$

$$\theta_{\min} = \frac{d_{\text{точки}}}{L} = \frac{1,22\lambda}{d_{\text{зр}}}$$

$$L = \frac{d_{\text{точки}} d_{\text{зр}}}{1,22\lambda} \approx 6 \text{ м}$$

# Дифракционный предел

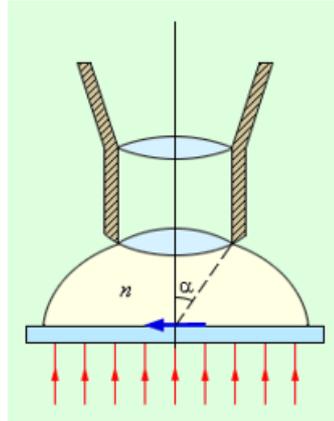
$$\theta_{\min} = \frac{1,22\lambda}{D}$$

Для оптического микроскопа:

$$l_{\min} \geq \lambda$$

С иммерсионной жидкостью:

$$l_{\min} = \frac{0,61\lambda}{n \sin \alpha} = 0,4\lambda$$

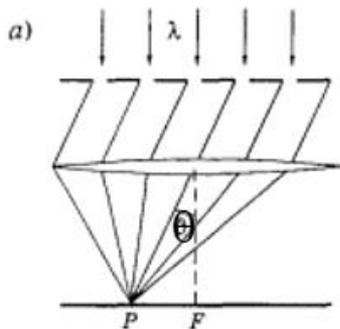
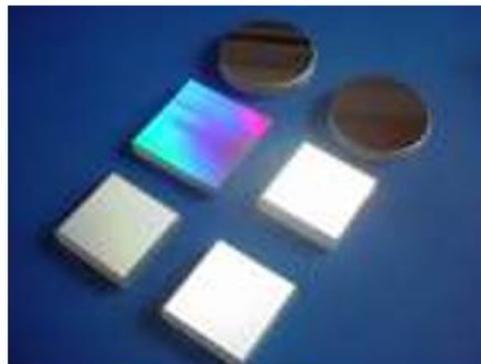


**«Преодоление» дифракционного предела:**

- Электронный микроскоп
- Атомно-силовой микроскоп
- СЗМ
- Оптика ближнего поля

# Дифракционная решетка

- оптический прибор, представляющий собой совокупность очень большого количества регулярных щелей (штрихов), нанесенных на некоторую поверхность.



Условие возникновения главных максимумов

$$\Delta = d \sin \theta = \pm k \lambda$$

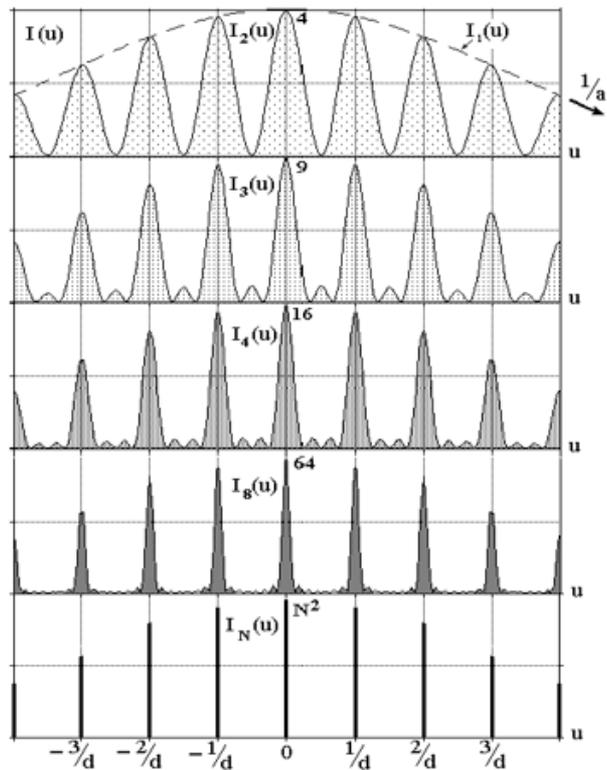
Условие возникновения главных минимумов

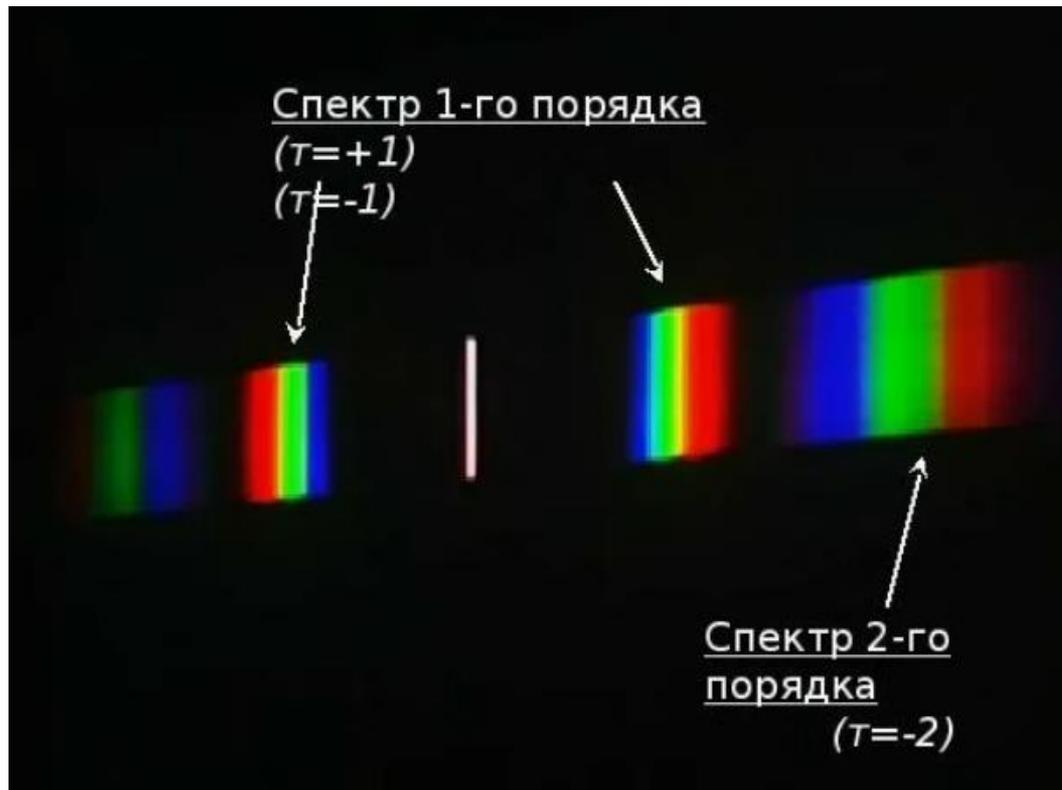
$$\Delta = d \sin \theta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$I_N = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{N\pi d \sin \theta}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right)} \right]^2$$

$$I_N = I_0 N^2$$

Число побочных максимумов:  $N-2$





## Задание к лекции. Вариант № 1.

1. Вывести формулу зависимости интенсивности от угла для дифракции на круглом отверстии.
2. Для чего телескопы выводят за пределы атмосферы? При ответе учесть не только влияние атмосферы на излучение.

3. \*86. (II) A student shined a laser light onto a single slit of width 0.04000 mm. He placed a screen at a distance of 1.490 m from the slit to observe the diffraction pattern of the laser light. The accompanying Table shows the distances of the dark fringes from the center of the central bright fringe for different orders.

| Order number, $m$ : | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Distance (m)        | 0.0225 | 0.0445 | 0.0655 | 0.0870 | 0.1105 | 0.1320 | 0.1540 | 0.1775 |

Determine the angle of diffraction,  $\theta$ , and  $\sin \theta$  for each order. Make a graph of  $\sin \theta$  vs. order number,  $m$ , and find the wavelength,  $\lambda$ , of the laser from the best-fit straight line.

или

Выполнить работу «Определение расстояния между пикселями на экране телефона с помощью наблюдения дифракции на его решетке при отражении», с. 64, [2664.pdf \(ifmo.ru\)](https://ifmo.ru/2664.pdf)

### 1. Моделирование. Визуализация дифракционной картины от решетки.

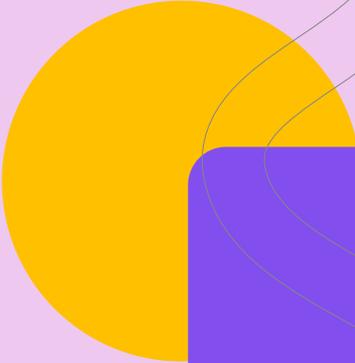
**Входные параметры:** Количество щелей, размер щели, период, длина волны.

**Итоговый вид модели:** Зависимость интенсивности от координаты на экране/синуса угла дифракции.

### 1. Моделирование. Визуализация критерия Рэлея.

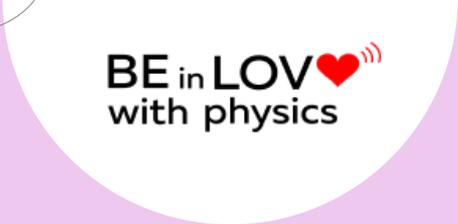
**Входные параметры:** Диаметр круглых отверстий (двух), расстояние между ними, длина волны, расстояние до экрана.

**Итоговый вид модели:** Зависимость интенсивности от координаты на экране/синуса угла дифракции.



**Спасибо  
за внимание!**

[muzychenko@itmo.ru](mailto:muzychenko@itmo.ru)



**BE in LOV**    
with physics