



Физические основы компьютерных и сетевых технологий

Семестр 2. Колебания и волны



Музыченко Я.Б.
muzychenko@itmo.ru
2024

Лекція 12. Когерентність. Дифракція Френеля.



- Временная и пространственная когерентность.
- Принцип Гюйгенса-Френеля.
- Дифракция Френеля.
- Пятно Пуассона.
- Зонные пластинки.

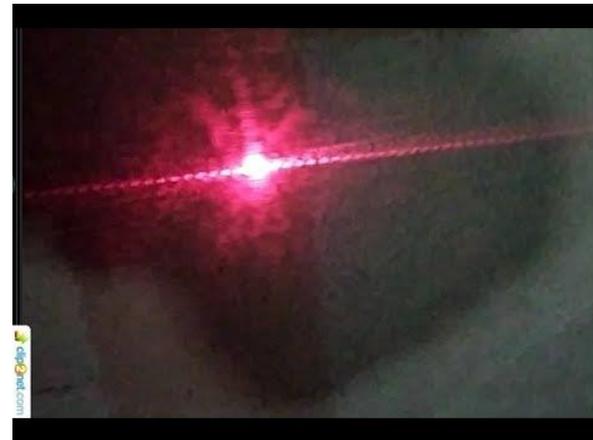
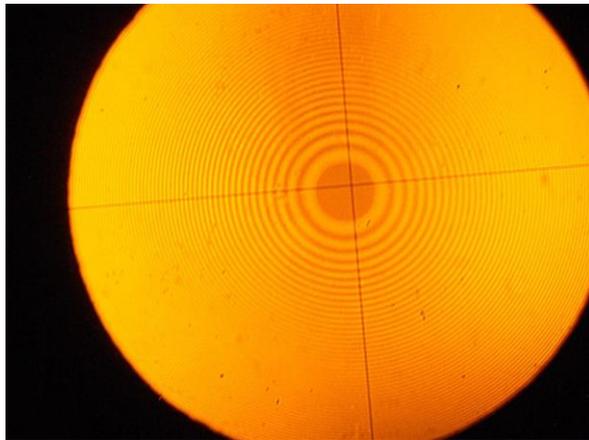
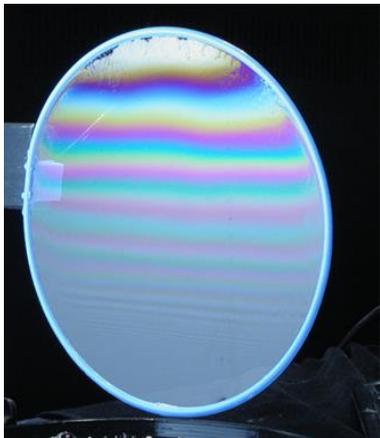
**Почему пропадает
интерференционная картина?**

**Как объяснить попадание света в
область геометрической тени?**

Почему пятно Пуассона так назвали?

**Почему существуют разные
дифракции?**

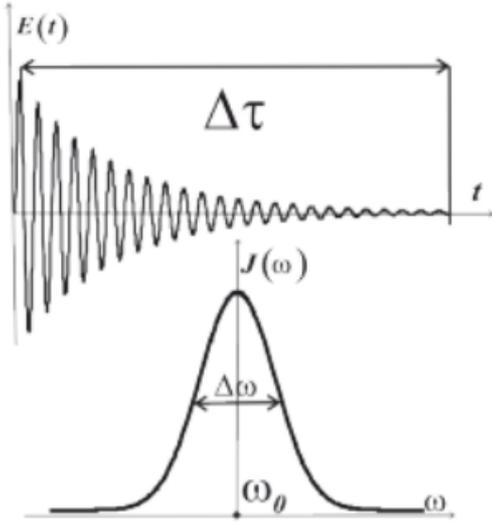
Почему пропадает интерференционная картина?



Интерференция наблюдается, если колебания являются когерентными.
Когерентность – согласованное протекание волновых процессов.



Естественная ширина спектральной линии



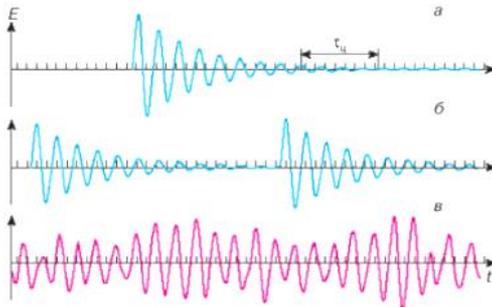
При колебаниях диполя/атома теряется энергия на излучение, что приводит к нарушению монохроматичности волны:

$$E(t) = E_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

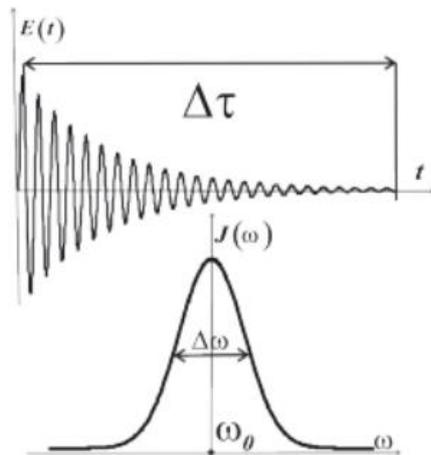
Тогда для разложения непериодической функции в спектр необходимо взять интеграл Фурье (Фурье-образ сигнала):

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt$$

Таким образом мы получаем частотную зависимость. ФП позволяет получить из временной зависимости функции суперпозицию монохроматических волн.



Естественная ширина спектральной линии



Интенсивность волны:

$$I(\omega) \approx |F(\omega)|^2$$

Естественная ширина спектральной линии:

$$\Delta\omega = 2\beta$$

Для оптического диапазона ($\lambda=0,6$ мкм, $\omega=3 \cdot 10^{15}$):

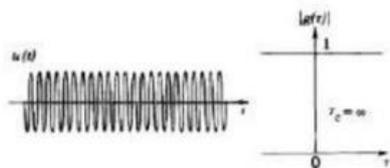
$$\Delta\omega = 10^8 \text{ c}^{-1} \quad Q = 10^7$$

Длительность цуга:

$$\tau \approx 10^{-8} \text{ c}$$

Универсальное соотношение:

$$\Delta\omega\Delta\tau = 2\pi$$



Длительность цуга – время когерентности – время, за которое случайное изменение фазы становится равным π . Время, за которое волна становится некогерентной сама себе.

Длина когерентности – расстояние, проходимое волной за время когерентности.

$$l_{\text{ког}} = c\tau$$

$$\cos \left[\left(\omega_0 \pm \frac{\Delta \omega}{2} \right) t_{\text{ког}} \right] = \cos(\omega_0 t_{\text{ког}} \pm \pi)$$

$\Delta \omega$ – ширина спектра

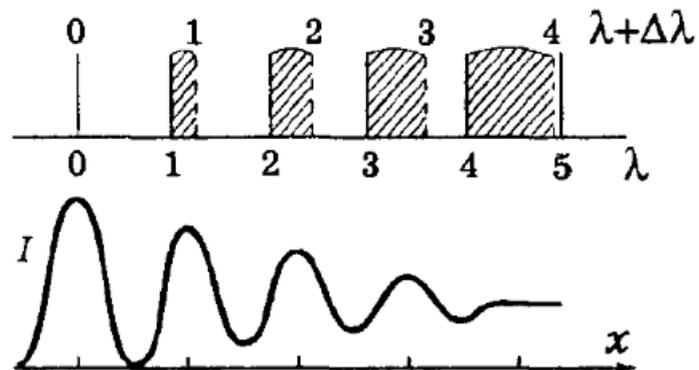
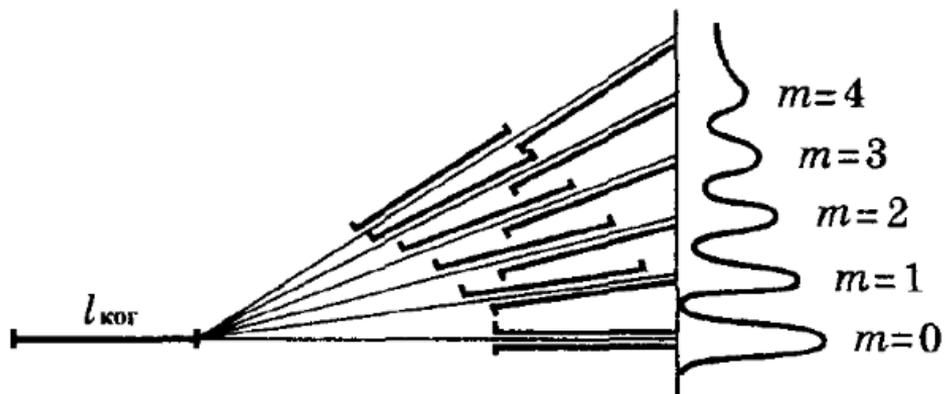
$$t_{\text{ког}} = \frac{2\pi}{\Delta \omega} = \frac{1}{\Delta \nu}$$

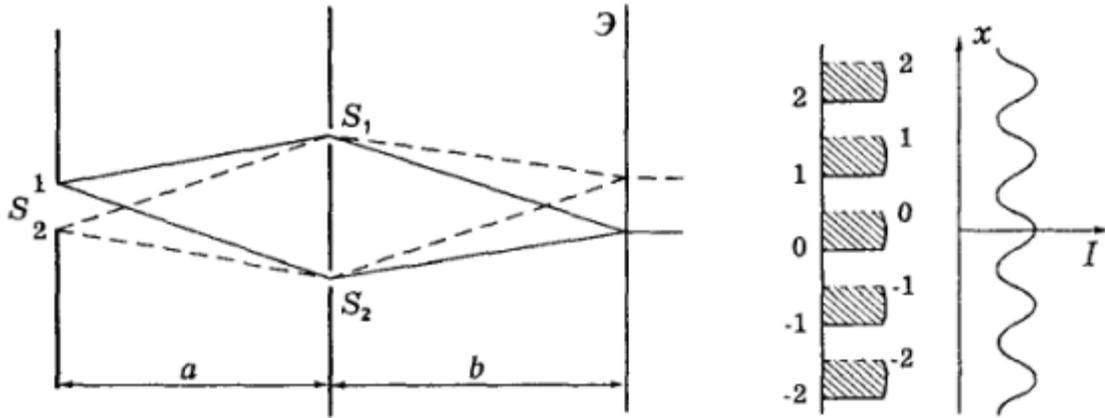
$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad d\nu = -\frac{cd\lambda}{\lambda^2}$$

$$t_{\text{ког}} = \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda} \quad l_{\text{ког}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Степень монохроматичности

$$m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$





При расширении щели картина размывается – источники перестают быть когерентными.

Ширина когерентности световой волны – расстояние, на котором отдельные участки волны когерентны между собой.

$$h_{\text{кор}} \approx d = \lambda l / \Delta x \approx \lambda l / s = \lambda / (s/l) = \lambda / \varphi,$$

1. Временная когерентность связана с тем, что реальные источники не являются монохроматическими.
2. Пространственная когерентность связана с тем, что реальные источники не являются точечными, а имеют протяженный размер.
3. Для хорошей видности интерференционной картины необходимо выполнение следующих условий:

$$l_{\text{ког}} > \Delta$$

$$h_{\text{ког}} > d$$

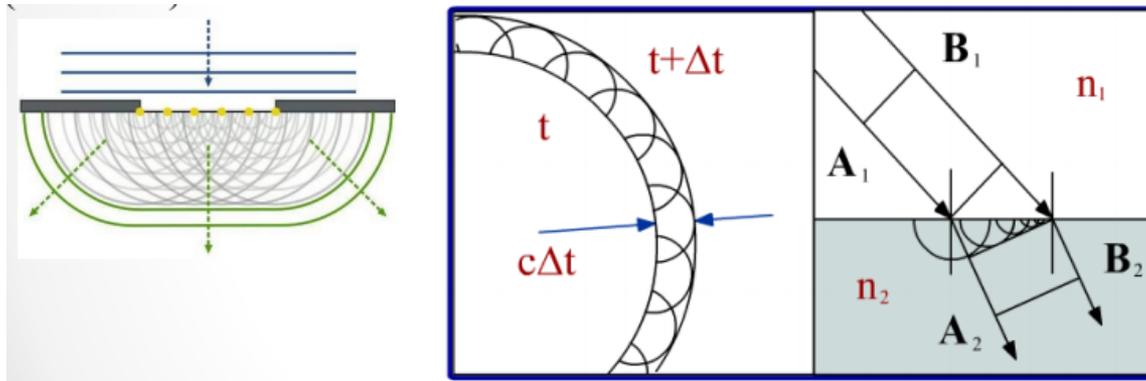
Дифракция света – любое отклонение колебаний от прямолинейного распространения (распространение света вблизи препятствий, проникновение света в область геометрической тени)

1815 – первое объяснение дифракции (Ж. О. Френель), конкурс Парижской АН. Френель предложил приближенный метод решения задач дифракции, основанный на принципе Гюйгенса.

Принцип Гюйгенса-Френеля:

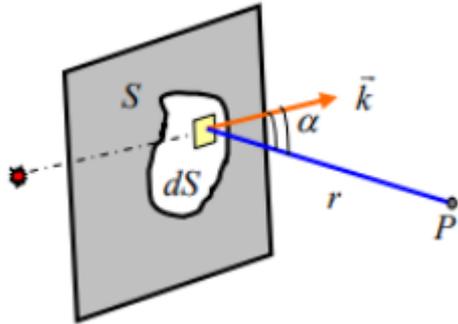
Каждая точка волнового фронта является источником вторичных сферических волн, а волновой фронт в следующий момент представляет собой огибающую этих волн (**Гюйгенс**)

Вторичные источники являются когерентными, а волны от них интерферируют между собой (**Френель**)



Принцип Гюйгенса-Френеля

Волна от источника S падает на экран с отверстием площадью S.



Электрическое поле в точке P на экране от элемента dS:

$$dE = \frac{E_0}{r} K(\alpha) \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) dS$$

Найдем поле от всего экрана:

$$E = \int_S \frac{E_0}{r} K(\alpha) \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) dS$$

Коэффициент наклона, учитывает неоднородность волн в разных направлениях. Из скалярной теории Кирхгофа:

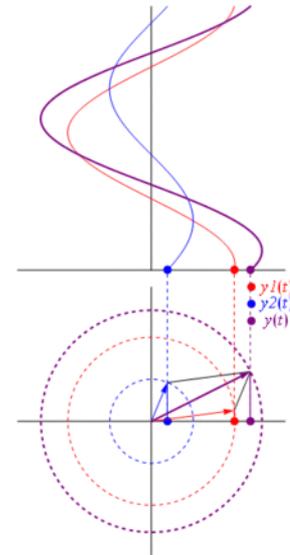
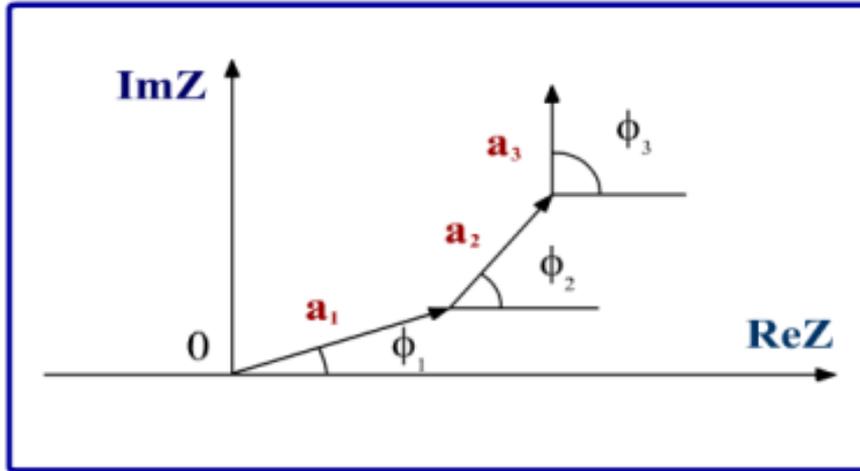
$$K(\alpha) = \frac{1 + \cos \alpha}{2\lambda i}$$

Принцип Гюйгенса-Френеля – **приближенный** рецепт решения задач дифракции: нет связи между фазовыми отношениями первичной и вторичных волн, не учтены искажения первичной волны на экране. Но во многих задачах принцип позволяет найти решения, которые совпадают с экспериментом. Есть и другие способы решения задач дифракции.

$$dE_p = \frac{E_0}{r} K(\alpha) \cos(\omega t - kr) dS$$

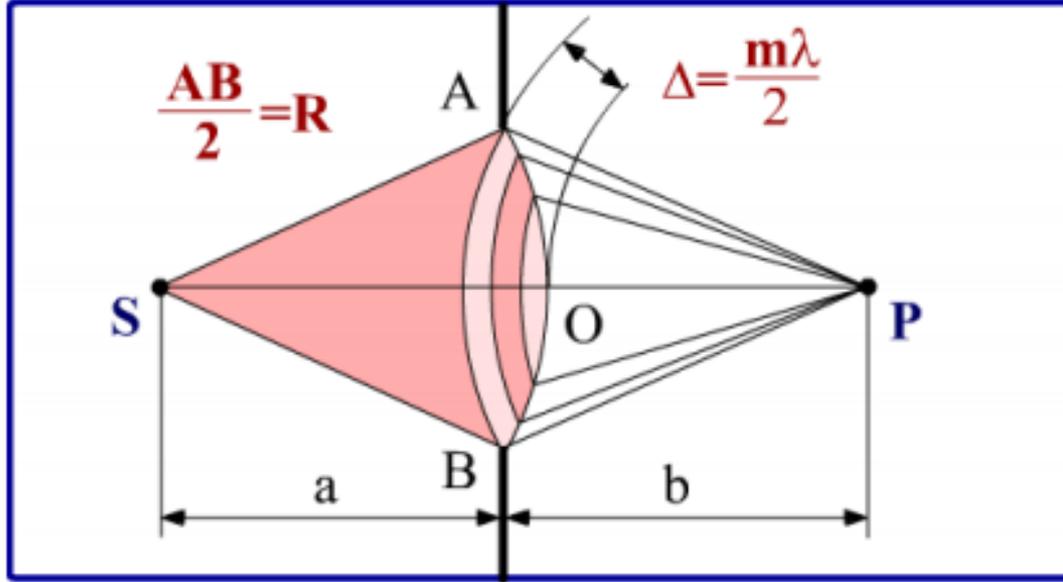
$$dE_p = \frac{E_0}{r} K(\alpha) e^{i\phi} dS$$

Определение полной амплитуды колебаний в точке на экране (интеграл от dE) может быть сведено к векторному сложению элементарных комплексных амплитуд ($A_n e^{i\phi_n}$) от вторичных источников



Дифракция Френеля на круглом отверстии

Френель предложил метод разбиения волнового фронта на кольцевые зоны (зоны Френеля):



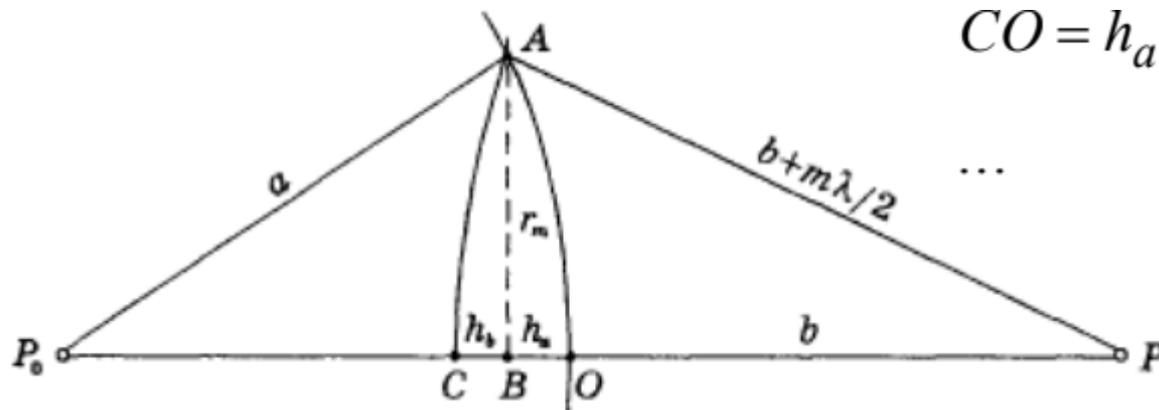
AB – круглое отверстие

P – точка наблюдения на экране,
центр дифракционной картины

Волновой фронт разбивается на кольцевые зоны, разность хода между которыми равна половине длины волны. Волны от соседних зон Френеля приходят в противофазе!

Дифракция Френеля на круглом отверстии

Найдем радиус зон Френеля:



$$CO = h_a \quad P_0O = a$$
$$\dots$$
$$OP = b$$

Для сферических волн:

$$r_m = \sqrt{\frac{m\lambda ab}{a+b}}$$

Для плоских волн:

$$r_m = \sqrt{m\lambda b}$$

Площадь зон Френеля

Площадь m -й зоны Френеля:

$$\Delta S = S_{m+1} - S_m = \pi r_{m+1}^2 - \pi r_m^2 = \frac{\lambda ab}{a + b}$$

Площади зон Френеля одинаковы! Не зависит от m .

Амплитуды монотонно убывают с увеличением m .

Результирующая амплитуда в точке P на экране:

$$A_P = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

Или

$$A_P = \sum_{j=1}^m (-1)^{j+1} A_j$$

$$A_P = \sum_{j=1}^m (-1)^{j+1} A_j = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}$$

m – нечетное число зон Френеля,
наблюдается максимум дифракции

$$A_P = \sum_{j=1}^m (-1)^{j+1} A_j = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}$$

m – четное число зон Френеля,
наблюдается минимум дифракции

Результат дифракции Френеля определяется количеством открытых зон.



$m=2$

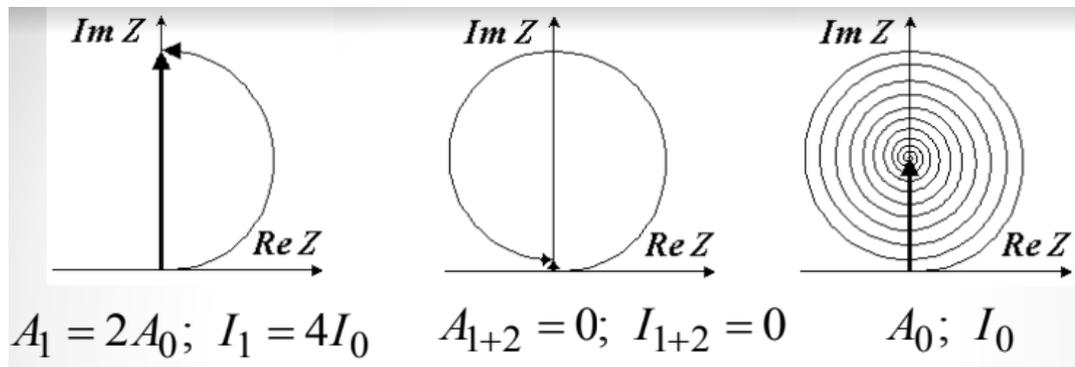
$m=3$

$m=4$

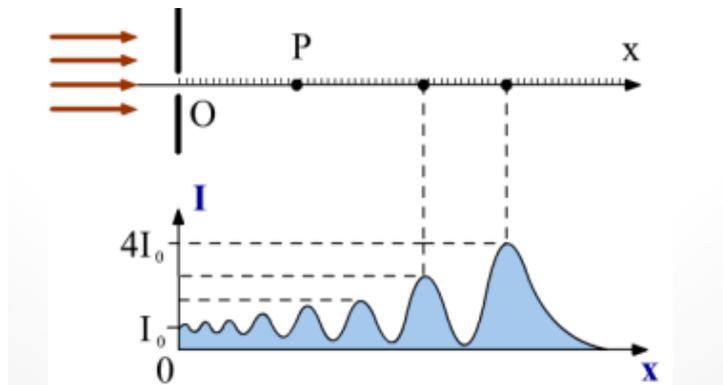
$m=5$

$m=6$

Дифракция Френеля на круглом отверстии



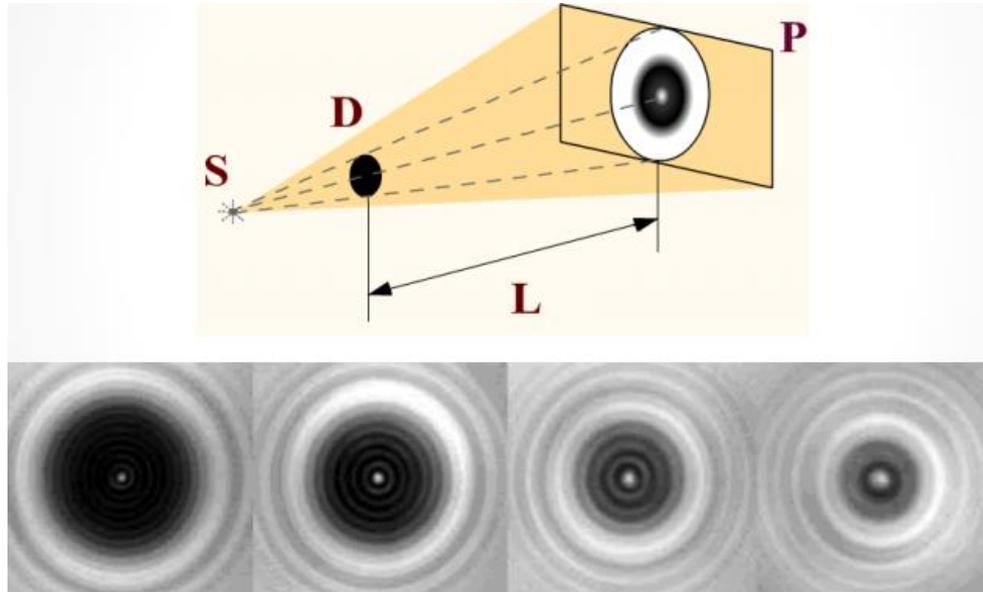
Спираль Френеля (спираль Архимеда). В задачах первый виток спирали принимают за окружность.



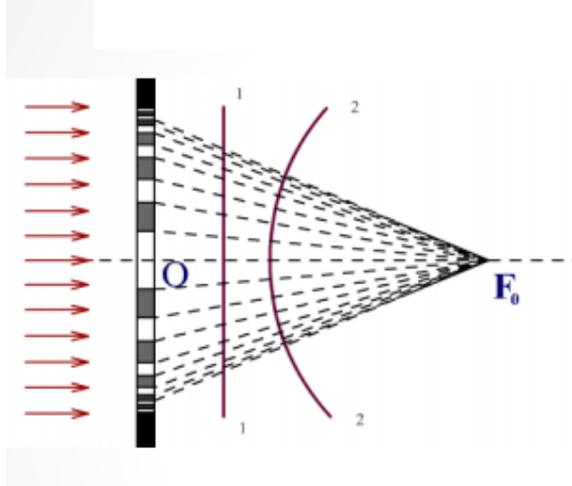
Пятно Пуассона

Возникновение светлого пятна в области геометрической тени от круглого диска.

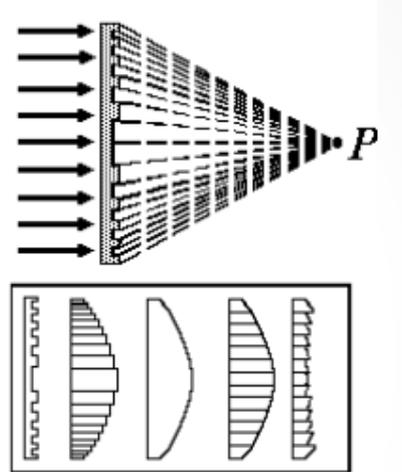
1818 г. – защита Френелем волновой теории на заседании французской АН, экспериментальное подтверждение – Араго.



Амплитудные зонные пластинки

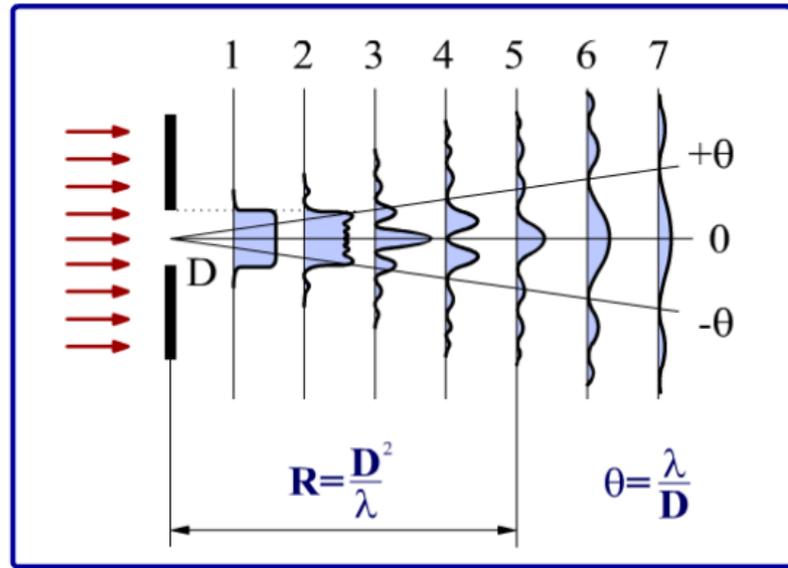


Фазовые зонные пластинки



Вторичные колебания приходят в точку на экране в фазе, возникает многократное усиление света (фокусировка в точке на экране)

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{r_m^2} = \frac{1}{f}$$



Различают три области:

1. Геометрическая оптика
2. Дифракция Френеля (дифракция в ближней зоне)
3. Дифракция Фраунгофера (дифракция в дальней зоне)

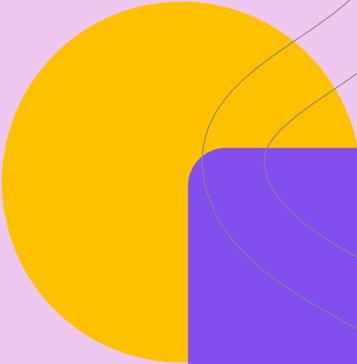
Задание к лекции. Вариант № 1.

1. Показать, что для сигнала в виде экспоненциально затухающей гармонической функции, длительность импульса и спектральная ширина связаны между собой соотношением $\Delta\omega \cdot \tau = 2$, а для сигналов, ограниченных во времени, любого вида в общем случае выполняется соотношение неопределённости $\Delta\omega \cdot \tau \leq 2\pi$.
2. Почему выделяют два типа дифракции: Френеля и Фраунгофера? В чем отличие расчета дифракционных картин для данных типов дифракции?
3. Green light ($\lambda = 546 \text{ nm}$) illuminates a pair of narrow, parallel slits separated by 0.250 mm . Make a graph of I/I_{\max} as a function of θ for the interference pattern observed on a screen 1.20 m away from the plane of the parallel slits. Let θ range over the interval from -0.3° to $+0.3^\circ$.

1. **Моделирование. Визуализация интерференционной картины колец Ньютона. Установка: плоская пластина и плоско-выпуклая линза.**

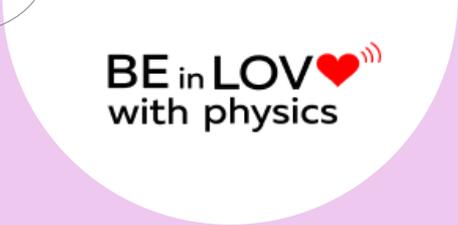
Входные параметры: Радиус линзы, показатели преломления линзы, пластины, среды между ними, длина волны.

Итоговый вид модели: Интерференционная картина колец Ньютона.



**Спасибо
за внимание!**

muzychenko@itmo.ru



BE in LOV  
with physics