

Задача 1

Брусок массы m покоится на горизонтальной плоскости между массивной неподвижной стенкой и движущимся бруском массы M . Сколько произойдет соударений (считая соударения брусков друг с другом и соударения бруска m со стенкой), если $M = 100m$? Сколько произойдет таких соударений, если $M = 10^6m$? А сколько произойдет соударений при $M = 10^{12}m$? Считайте, что трения нет, а все удары абсолютно упругие.

Дополнительный вопрос

Сделайте предположение, сколько будет соударений, если $M = 10^{24}m$?

Задача 2

Жгут с жесткостью k , длиной l и массой m оказался в недеформированном состоянии на удалении R от центра черной дыры массой M и радиуса r . Смоделируйте дальнейшее движение жгута. Постройте временные зависимости координат его концов. Концом симуляции можно считать момент, когда жгут касается поверхности черной дыры.

Дополнительный вопрос

Постройте график зависимости отношения U_1/U_2 от времени, где U_1 – это потенциальная энергия, связанная с деформацией жгута, а U_2 – это потенциальная энергия гравитационного взаимодействия жгута с черной дырой.

Примечание: можно использовать любые параметры k, l, R, r и M, m .

Задача 3

Есть три планеты с массами $m_{1,2,3}$, радиусами $R_{1,2,3}$, координатами $\mathbf{r}_{1,2,3}$ и начальными скоростями $\mathbf{v}_{1,2,3}$. Смоделируйте движение этих трех планет, если $m_1 = 10^{24}$ кг, $m_2 = 2 \times 10^{24}$ кг, и $m_3 = 2.2 \times 10^{24}$ кг. $R_1 = R_2 = R_3 = 100$ км, $\mathbf{r}_1 = (0, 0)$, $\mathbf{r}_2 = (10^5, 0)$ км, $\mathbf{r}_3 = (0, 10^5)$ км. $\mathbf{v}_1 = (0, 0)$, $\mathbf{v}_2 = (0, 3)$ км/с, $\mathbf{v}_3 = (-5, 0)$ км/с.

Дополнительный вопрос

Найдите такие значения начальных скоростей планет, при которых происходит какое-нибудь столкновение.

Задача 4

Точка A движется по траектории

$$\begin{cases} x(t) = \sin t + kt, \\ y(t) = 3 \cos(3t), \end{cases} \quad (1)$$

где $k = 0.5$. Точка B начинает свое движение в момент времени $t = 0$ из координаты $x = -10$, $y = 5$ с постоянной по величине скоростью $v = 10$. Скорость точки B всегда направлена к точке A . Через какое время точка B догонит A ?

Дополнительный вопрос

Решите ту же задачу, но с учетом того, что k зависит от расстояния L_{AB} между точками A и B как $k = \frac{10}{L_{AB}^2 + 2}$.

Задача 5

Поверхность фигуры задана в сферических координатах как

$$R = 1 \text{ см} + 0.5 \sin(5\phi) \sin(5\theta) \text{ см}, \quad (2)$$

где R – это расстояние от точки поверхности до начала координат. Плотность фигуры равна 2000 кг/м^3 . Найдите момент инерции I фигуры относительно оси z .

Дополнительный вопрос

Найдите момент инерции фигуры, если ее плотность ρ зависит от расстояния r до начала координат как $\rho(r) = (1500 + 1000r^2 \text{ см}^{-2}) \text{ кг/м}^3$.