Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Физико-технический мегафакультет

Физический факультет

Теоретический минимум курса физики для технических направлений подготовки

Электромагнетизм

Содержание

1. Электростатика

1.1 Электрический заряд. Закон Кулона

Электрический заряд – физическая скалярная величина, показывающая способность тел быть источником электромагнитных полей и принимать участие в электромагнитном взаимодействии. Минимальная величина электрического заряда e (т.н. *элементарный* заряд) приблизительно равна $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл* (Кл – **кулон**). Такими зарядами обладают, например, электрон и протон $-e$ и $+e$. Заряд любого тела можно представить в виде: $q = \pm Ze$, где Z – целое число.

Закон взаимодействия неподвижных точечных зарядов был установлен экспериментально Шарлем Огюстеном де Кулоном в 1785 году. Этот закон может быть записан в виде формулы:

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^3}\vec{r}_{12},$$

где $\vec{F}_{12}$ – сила, действующая со стороны первого заряда на второй; $\vec{r}_{12}$ – вектор, направленный по прямой, соединяющей заряды в направлении от первого ко второму; q_1, q_2 – величины взаимодействующих зарядов с учетом знаков; k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбранной системы единиц.

В системе SI: $k = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9$ *м/Ф* (Ф – **фарад**). Величина $\varepsilon_0 \approx 0{,}885 \cdot 10^{-11}$ *Ф/м* называется электрической постоянной.

1.2 Электрическое поле. Напряженность поля $\vec{E}$

Силовой характеристикой электрического поля является напряженность $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$. Для определения напряженности в некоторой области пространства следует поместить в каждую точку этой области с радиус-вектором $\vec{r}$ пробный заряд q'. Тогда $\vec{E}(\vec{r})$ определится по формуле

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q'}$$

где $\vec{F}(\vec{r})$ - сила, действующая на пробный заряд. Она зависит от q'. Если q' велико, то при внесении заряда q' будут соответственно изменяться положения зарядов, создающих поле $\vec{E}$. Но если q' достаточно мало, то искажение поля будет незначительным и $\vec{E}(\vec{r})$, определяемое по написанной выше формуле, перестает зависеть от q' - становится характеристикой невозмущенного поля.

По размерности $[E] = В/м$ (**вольт/метр**), но его можно измерять и в единицах $Н/Кл$ (**ньютон/кулон**).

Из определения напряженности электрического поля можно получить выражение для поля точечного заряда (для напряженности в произвольной точке). Для этого заменяем в законе Кулона: $q_1 = q, q_2 = q'$ и получим:

$$\vec{E} = k\frac{q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}.$$

Из свойства электрического поля (независимость взаимодействий зарядов) следует принцип суперпозиции (наложения) электрических полей: $\vec{E}(\vec{r}) = \sum \vec{E}_i(\vec{r})$, где $\vec{E}_i(\vec{r})$ - напряженность в точке $\vec{r}$, создаваемая i-й частью системы зарядов независимо от наличия других частей. Для системы точечных зарядов формула выше переходит в

$$\vec{E} = k \sum \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \frac{\vec{r}_i}{r_i}$$

где $\vec{r}_i$ - радиус-вектор, проведенный из точки нахождения заряда в интересующую нас точку.

1.3 Теорема Гаусса для поля $\vec{E}$ (интегральная форма)

Поток вектора $\vec{E}$. Для удобства представим, что густота силовых линий равна E. Тогда число линий, пронизывающих площадку $\mathrm{d}S$ (см.рис.) с нормалью $\vec{n}$ равна $E\mathrm{d}S\cos\alpha$. Это число равно потоку $\mathrm{d}\Phi$ вектора $\vec{E}$ сквозь площадку $\mathrm{d}S$.

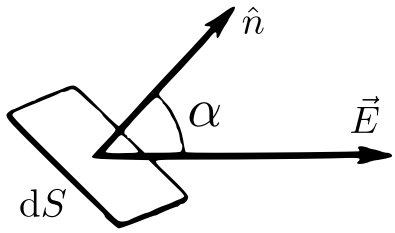

Рис. 1: Линии вектора $\vec{E}$, пронизывающие площадку $\mathrm{d}S$

Если ввести вектор элементарной площадки $\mathrm{d}\vec{S} = \hat{n}\mathrm{d}S$, то поток можно представить в форме: $\mathrm{d}\Phi = \vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = E_n\mathrm{d}S$, где E_n - проекция вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$. Для отдельной площадки $\vec{n}$ определено неоднозначно (2 варианта), но если $\mathrm{d}S$ принадлежит замкнутой поверхности, то, как правило, вектор нормали $\vec{n}$ направляют наружу объема, охватываемого поверхностью. Полный поток, по его смыслу, равен

$$\Phi = \int\limits_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S}.$$

Теорема Гаусса:

$$\oiint\limits_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = \frac{q_{\text{внутр}}}{\varepsilon_0}$$

Поток вектора $\vec{E}$ сквозь замкнутую поверхность равен, с точностью до множителя $\frac{1}{\varepsilon_0}$, алгебраической сумме зарядов $q_{\text{внутр}}$, находящихся внутри этой поверхности.

Если заряд распределен непрерывно, то при вычислении $q_{\text{внутр}}$ сумма заменяется интегралом по объему, поверхности или линии, которые попали внутрь поверхности, соответственно: $\int \rho \mathrm{d}V, \int \sigma \mathrm{d}S, \int \lambda \mathrm{d}\ell$.

1.4 Теорема Гаусса для поля $\vec{E}$ (дифференциальная форма)

Пренебрежем дискретностью заряда, считая его распределенным в пространстве с плотностью $\rho = \rho(\vec{r})$. В этом случае теорема Гаусса имеет следующий вид:

$$\oiint\limits_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int\limits_V \rho \mathrm{d}V.$$

Интеграл по поверхности, можно с помощью математической теоремы Остроградского-Гаусса преобразовать к форме

$$\oint\limits_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = \int\limits_V \operatorname{div}\vec{E}\mathrm{d}V.$$

Так как это справедливо для любых по форме и величине объемов, то из сравнения интегралов, представленных выше, следует

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

Дивергенция $\operatorname{div}\vec{E}$ является скалярной величиной. Формула вычисления $\operatorname{div}\vec{E}$ в разных системах координат выглядит по-разному. В произвольной системе координат $\operatorname{div}\vec{E}$ (это справедливо для любого векторного поля) определяется как

$$\operatorname{div}\vec{E} = \lim_{V\to 0}\frac{1}{V}\oiint\limits_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S}$$

В декартовых координатах:

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

Если использовать векторный дифференциальный оператор $\vec{\nabla}$ («набла»), который имеет вид $\nabla = \hat{i}\dfrac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\dfrac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\dfrac{\partial}{\partial z}$, то $\operatorname{div}\vec{E}$ можно представить в виде скалярного «произведения»: $\operatorname{div}\vec{E} = \vec{\nabla}\cdot\vec{E}$.

1.5 Работа кулоновских сил. Теорема о циркуляции вектора $\vec{E}$

Из механики известно, что любое стационарное поле центральных сил является консервативным, т.е. работа сил этого поля не зависит от формы пути, а зависит только от положения его начальной и конечной точки. Именно таким свойством обладает электростатическое поле - поле, образованное системой неподвижных зарядов. Если в качестве пробного заряда, переносимого из точки 1 заданного поля $\vec{E}$ в точку 2, взять единичный положительный заряд, то элементарная работа сил поля на перемещении $\mathrm{d}\vec{\ell}$ равна $\vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell}$, а вся работа сил поля на этом пути: $\int\limits_1^2 \vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell}$.

Этот интеграл берется по некоторой линии (пути), поэтому его называют линейным. Интеграл по замкнутому пути называют циркуляцией вектора $\vec{E}$ и обозначают $\oint$. Циркуляция вектора $\vec{E}$ в любом электростатическом поле равна нулю, т.е.

$$\oint \vec{E} \mathrm{d}\vec{\ell} = 0$$

Это утверждение и называют теоремой о циркуляции вектора $\vec{E}$.

Поле, обладающее этим свойством, называют потенциальным. Значит, любое электростатическое поле является потенциальным.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{E}$ позволяет сделать ряд важных выводов, практически не прибегая к расчетам.

Пример 1. Линии электростатического поля $\vec{E}$ не могут быть замкнутыми.

Если это не так и какая-то линия вектора $\vec{E}$ замкнута, то, взяв циркуляцию вектора $\vec{E}$ вдоль этой линии, мы сразу же придем к противоречию с теоремой, т.к. вдоль силовой линии $\vec{E}\mathrm{d}\vec{r} > 0$. Значит, действительно, в электростатическом поле замкнутых линий вектора $\vec{E}$ не существует: линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных (или уходят в бесконечность).

Пример 2. Возможна ли конфигурация электростатического поля, как на рис.2?

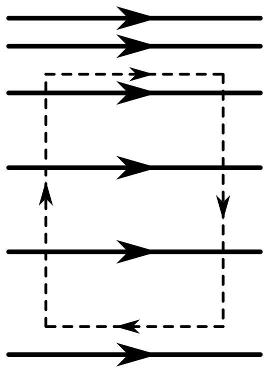

Рис. 2: Различная густота линий $\vec{E}$

Нет, не возможна. Это сразу станет ясно, если мы применим теорему о циркуляции вектора $\vec{E}$ к замкнутому контуру, показанному на рисунке 2 пунктиром. Стрелки на контуре показывают направление обхода. При таком специальном выборе контура вклад в циркуляцию на вертикальных участках его равен нулю: здесь $\vec{E} \perp \mathrm{d}\vec{\ell}$ и $\vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell} = 0$; остаются два одинаковых по длине горизонтальных участка. Из рисунка сразу видно что вклады в циркуляцию на этих участках противоположны по знаку, но не одинаковы по модулю (на верхнем участке больше, ибо линии гуще, а значит E больше). Поэтому циркуляция оказывается отличной от нуля, что противоречит теореме.

1.6 Энергия и потенциал электростатического поля

Электростатическое поле является потенциальным, т.е. работа его сил по перемещению заряда не зависит от формы пути. Работа сил поля при перемещении точечного заряда q из точки 1 в точку 2 равна убыли его потенциальной энергии:

$$A = W_1 - W_2.$$

Потенциальная энергия заряда q в системе зарядов q_i :

$$W = k \sum_i \frac{q \cdot q_i}{r_i}$$

где r_i - расстояние между q и q_i.

Полная потенциальная энергия системы точечных зарядов:

$$W = \frac{k}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{q_i \cdot q_j}{r_{ij}},$$

где r_{ij} - расстояние между зарядами q_i и q_j.

Энергетическая характеристика электростатического поля - потенциал:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{W(\vec{r})}{q}.$$

По физическому смыслу потенциал численно равен энергии единичного положительного заряда в данной точке. Единицей потенциала является **вольт** (B).

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Потенциал на бесконечности ($r \to \infty$) условно полагают равным нулю.

Потенциал системы неподвижных точечных зарядов:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

где r_i - расстояние от точечного заряда q_i до интересующей нас точки поля.

Если заряды, образующие систему, распределены непрерывно, то формула для потенциала примет вид:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho \mathrm{d}V}{r},$$

где ρ - объемная плотность заряда в месте нахождения объема $\mathrm{d}V$. Интегрирование проводится или по всему пространству, или по той его части, которая содержит заряды.

Если заряды расположены только на поверхности S, то

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\sigma \mathrm{d}S}{r}$$

где σ - поверхностная плотность заряда, $\mathrm{d}S$ - элемент поверхности S. Аналогичное выражение будет и в том случае, когда заряды распределены линейно.

Потенциал поля можно также определить следующим образом:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int\limits_1^2 \vec{E} \mathrm{d}\vec{\ell},$$

где φ_1, φ_2 - значения потенциала в точках 1 и 2.

Работа сил поля при перемещении точечного заряда из точки 1 в точку 2:

$$A_{1-2} = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)$$

1.7 Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом

Теорема о циркуляции поля $\vec{E}$ в дифференциальном виде:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0$$

Вид ротора $\vec{E}$ зависит от выбранной системы координат. В декартовых координатах:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = [\nabla, \vec{E}] = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi$ — с помощью этой формулы устанавливается взаимно однозначная связь между силовым полем $\vec{E}(\vec{r})$ и энергетическим потенциалом $\varphi(\vec{r})$ - по одному из них можно найти другое.

Оператор градиента $\operatorname{grad} \varphi$ по величине равен производной φ по перемещению в направлении наибольшего роста функции.

Явное выражение $\operatorname{grad} \varphi$ зависит от выбранной системы координат. В декартовой системе координат:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi = -\vec{\nabla}\varphi = -\left(\hat{i}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)$$

Пример. Надо найти $\vec{E}(\vec{r})$ поля, потенциал которого равен:

1. $\varphi(x, y) = -axy$, где a некоторая скалярная константа;
2. $\varphi(\vec{r}) = -\vec{a}\vec{r}$, где $\vec{a}$ некоторый постоянный постоянный вектор.

Решение:

1. $\vec{E} = a(\hat{i}y + \hat{j}x)$.

2. $\vec{E} = \nabla(\vec{a}\vec{r}) = \nabla\left(a_x x + a_y y + a_z z\right) = \hat{i}a_x + \hat{j}a_y + \hat{k}a_z = \vec{a}$.

Электрическое поле можно наглядно представить не только с помощью силовых линий, но и эквипотенциальных поверхностей $\varphi(\vec{r}) = Const$. Качественно легко по одной картине построить другую. Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Если проводить эквипотенциальные поверхности так, чтобы разность потенциалов для двух соседних поверхностей была одинаковой, то расстояние между ними будут обратно пропорционально величине напряженности. На рис.3 представлена примерная двумерная картина электрического поля: пунктиром обозначены сечения эквипотенциальных поверхностей, сплошными линиями - силовые линии.

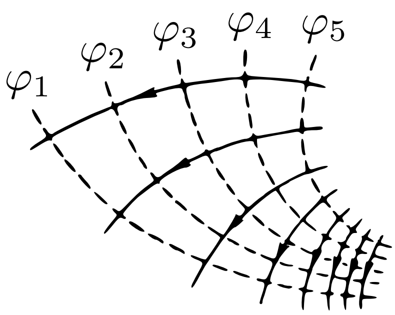

Рис. 3: Эквипотенциальные поверхности φ_i, перпендикулярные силовым линиям напряженности $\vec{E}$

1.8 Электрический диполь

Система из двух точечных зарядов равных по модулю и противоположных по знаку $(-q, +q)$, расстояние между которыми ℓ называется **электрическим диполем** и характеризуется **электрическим дипольным моментом**:

$$\vec{p} = q\vec{\ell},$$

где вектор $\vec{\ell}$ проводится от $-q$ до $+q$.

Потенциал диполя в точке, расположенной на большом расстоянии от него $(r \gg \ell)$, имеет вид:

$$\varphi(r, \theta) = k\frac{p\cos\theta}{r^2} = k\frac{\vec{p}\vec{r}}{r^3}.$$

В полярных координатах (см.рис.4б) (r, θ) компоненты вектора напряженности электрического поля диполя записываются следующим образом:

$$E_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = k\frac{2p\cos\theta}{r^3}$$
$$E_\theta = -\frac{\partial\varphi}{r\partial\theta} = k\frac{p\sin\theta}{r^3}$$
$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = k\frac{p}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$$

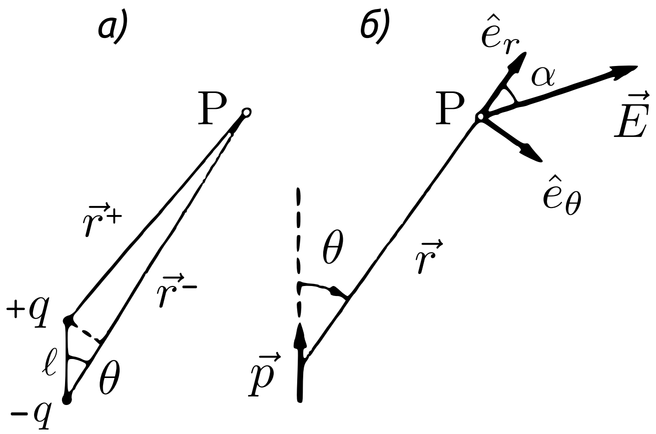

Рис. 4: Поле диполя на большом расстоянии от него

Потенциальная энергия диполя в электрическом поле:

$$W = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE(r)\cos\alpha,$$

где α - угол между $\vec{E}(\vec{r})$ и $\vec{p}$.

В однородном электрическом поле энергия W изменяется за счет изменения угла α, при этом элементарная работа сил поля при повороте диполя равна: $\mathrm{d}A = M_\alpha \mathrm{d}\alpha = -\mathrm{d}W$, где $\vec{M}_\alpha = [\vec{p}\times\vec{E}]$ - момент сил, действующий на диполь:

$$M_\alpha = -\frac{\partial W}{\partial\alpha} = -pE\sin\alpha$$

Электрическое поле стремится развернуть диполь по полю ($\vec{p}\uparrow\uparrow\vec{E}$). В общем случае $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$ на диполь будет действовать сила, проекция которой на произвольное направление Ox будет равна

$$F_x = p_x\frac{\partial E_x}{\partial x} + p_y\frac{\partial E_y}{\partial x} + p_z\frac{\partial E_z}{\partial x}.$$

Если диполь развернется по полю ($\cos\alpha = 1$), то в неоднородном поле он будет втягиваться в область более сильного поля.

1.9 Поле и вещество. Поляризация диэлектрика

Диэлектрики (изоляторы) - это вещества, которые практически не проводят электрический ток. В них отсутствуют свободные заряды, которые могли бы перемещаться на макроскопические расстояния.

Диэлектрики состоят либо из нейтральных молекул, либо из заряженных ионов, которые находятся в узлах кристаллических решеток (ионные кристаллы). Положительно или отрицательно заряженные ионы образуют свои одинаковые решетки, смещенные друг относительно друга. Сами молекулы могут быть полярными и неполярными. Полярные молекулы обладают собственными дипольными моментами $\vec{p}$, т.к. у них смещены центры «тяжести» положительного и отрицательного зарядов. У неполярных молекул эти центры «тяжести» совпадают. Положение центров «тяжести» в системе точечных зарядов q_i можно следующим образом:

$$\vec{r}_+ = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} q_i^+ \vec{r}_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} q_i^+} \quad \vec{r}_- = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} q_i^- \vec{r}_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} q_i^-}$$

Поляризация. Под воздействием внешнего электрического поля диэлектрик поляризуется. Если диэлектрик состоит из неполярных молекул, то в каждой молекуле положительный заряд смещается по полю, отрицательный - против поля и молекула приобретает дипольный момент, ориентированный по полю. В диэлектрике, состоящем из полярных молекул, дипольные моменты из-за теплового движения без внешнего поля ориентированы хаотически. Под действием внешнего поля они приобретают выделенное направление по полю - средний дипольный момент будет теперь отличен от нуля и ориентирован по полю. В случае ионных кристаллов смещаются подрешетки, что приводит тоже к появлению внутри диэлектрика отличного от нуля среднего дипольного момента. Несмотря на различную природу диэлектрика в значительной степени они ведут себя одинаково - под действием внешнего поля внутри диэлектрика каждая «средняя молекула» приобретает дипольный момент, ориентированный по полю. Поэтому, рассматривая общие проявления поляризации, можно не конкретизировать вид диэлектрика и даже, для удобства представления предполагать, что мы имеем дело с диэлектриком, состоящим из неполярных молекул.

Поляризация диэлектрика сопровождается появлением нескомпенсированных зарядов (**связанных**). Они могут появляться как на поверхности, так и внутри диэлектрика. Их чаще всего отмечают штрихом (q', ρ', σ').

Заряды, которые не входят в состав молекул диэлектрика называют **сторонними** (иногда их называют свободными).

Поле в диэлектрике. Под полем в диэлектрике $\vec{E}$ понимают суперпозицию поля сторонних зарядов $\vec{E}_0$ и усредненного поля связанных зарядов $\vec{E}' : \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$.

1.10 Поляризованность $\vec{P}$ и связанные заряды

Величиной, характеризующей степень поляризации диэлектрика, называют дипольный момент, усредненный по физически бесконечно малому объему ΔV, т.е. такому объему, который на макроуровне стремится к нулю, но фактически содержит еще достаточно много молекул. Эта величина является функцией точки внутри ΔV (а $\Delta V \to 0$) и называется **поляризованностью** $\vec{P}$. По определению

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_i,$$

где суммируются дипольные моменты всех молекул, находящихся в объеме ΔV. Данную формулу можно представить в виде

$$\vec{P} = n\langle\vec{p}\rangle$$

где $n = \Delta N/\Delta V$ - концентрация молекул с дипольным моментом. Средний дипольный момент одной молекулы

$$\langle\vec{p}\rangle = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta N}.$$

Единицы измерения поляризованности в SI: Кл/м^2.

Связь между $\vec{P}$ и $\vec{E}$. Для широкого класса диэлектриков и не слишком сильных полей $\vec{P}$ зависит линейно от $\vec{E}$: $\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E}$, где χ - безразмерная величина, которая называется **диэлектрической восприимчивостью** вещества.

В общем случае χ является тензором, а для изотропного однородного вещества χ постоянная величина и, как видно из вывода, $\chi > 0$.

1.11 Вектор электрического смещения $\vec{D}$

Источником поля $\vec{E}$ являются все заряды - сторонние и связанные, поэтому при наличии диэлектриков теорема Гаусса будет иметь вид

$$\oiint_S \varepsilon_0\vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = (q+q')_{\text{внутр}} \ ,$$

где q и q' - сторонние и связанные заряды, находящиеся внутри поверхности интегрирования S.

Если сторонние q заданы, то связанные q' определяются неизвестным полем $\vec{E}$. Формулу выше можно сделать более полезной для применения, если подставить заряд q', выраженный через $\vec{P}$

$$\oint \vec{P}\ \mathrm{d}\vec{S} = -q'.$$

Получим:

$$\oiint_S \left(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}\right)\mathrm{d}\vec{S} = q_{\text{внутр}}$$

Введем вспомогательный вектор $\vec{D}$, который называют электрической индукцией (или электрическим смещением):

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}.$$

Вектор $\vec{D}$ удовлетворяет теореме Гаусса для вектора $\vec{D}$:

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{D}\mathrm{d}\vec{S} = q_{\text{внутр}},$$

то есть поток вектора $\vec{D}$ определяется только сторонними зарядами. Это существенно упрощает задачу определения поля - можно сначала найти $\vec{D}$, а потом уж $\vec{E}$ и $\vec{P}$.

Следует подчеркнуть, что $\vec{D}$ объединяет существенно различные величины $\varepsilon_0\vec{E}$ и $\vec{P}$, поэтому он не имеет глубокого физического смысла, но очень полезен для исследования электрических полей при наличии диэлектриков: тем более что соотношения выше самые общие - применимы к любым диэлектрикам.

Единицы измерения у $\vec{D}$ такие же, как у $\vec{P}$ — Кл/м^2.

В дифференциальном виде теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$ представляется дифференциальным уравнением

$$\operatorname{div} D = \rho,$$

т.е. дивергенция поля вектора $\vec{D}$ равна объемной плотности сторонних зарядов в той же точке.

Связь между векторами $\vec{D}$ и $\vec{E}$. В изотропных диэлектриках в не слишком сильных полях связь между $\vec{P}$ и $\vec{E}$ линейна:

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E}$$

где $\chi > 0$ - постоянная величина, называемая диэлектрической восприимчивостью, при этом векторы $\vec{E}, \vec{P}$ и $\vec{D}$ коллинеарны. В анизотропных диэлектриках χ является тензорной величиной и в общем случае условие коллинеарности нарушается. Для изотропных диэлектриков $\vec{D} = \varepsilon_0(1+\chi)\vec{E}$ или $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$, где ε - диэлектрическая проницаемость вещества, $\varepsilon = 1 + \chi, \varepsilon > 1$.

Поле вектора $\vec{D}$ (так же как и вектора $\vec{E}$) можно изображать с помощью линий вектора $\vec{D}$. Отличие же состоит в том, что линии $\vec{E}$ начинаются и оканчиваются как на сторонних, так и на связанных зарядах, а линии вектора $\vec{D}$ начинаются и заканчиваются только на сторонних зарядах.

1.12 Поле внутри и снаружи проводника

Внутри проводника напряженность электрического поля в отсутствии перемещения зарядов равна нулю. Поместим металлический проводник во внешнее электростатическое поле или сообщим ему какой-нибудь заряд. В обоих случаях на все заряды проводника будет действовать электрическое поле, в результате чего все отрицательные заряды (электроны) сместятся против поля. Такое перемещение зарядов (ток) будет продолжаться до тех пор (практически это происходит в течении малой доли секунды), пока не установится определенное распределение зарядов, при котором электрическое поле во всех точках внутри проводника обратится в ноль. Таким образом, в статическом случае электрическое поле внутри проводника отсутствует: $\vec{E} = 0$.

Далее, поскольку в проводнике всюду $\vec{E} = 0$, то плотность избыточных (нескомпенсированных) зарядов внутри проводника также всюду равна нулю ($\rho = 0$). Это легко понять с помощью теоремы Гаусса. Действительно, так как внутри проводника $\vec{E} = 0$, то поток вектора $\vec{E}$ сквозь любую замкнутую поверхность внутри проводника также равен нулю. Это означает, что внутри проводника избыточных зарядов нет.

Избыточные заряды появляются лишь на поверхности проводника с некоторой плотностью σ, вообще говоря, различной в разных точках его поверхности. Заметим, что избыточный поверхностный заряд находится в очень тонком поверхностном слое (его толщина около одного-двух межатомных расстояний).

Отсутствие поля внутри проводника означает, что потенциал φ в проводнике одинаков во всех его точках, т.е. любой проводник в электростатическом поле представляет собой эквипотенциальную область и его поверхность является эквипотенциальной.

Из того факта, что поверхность проводника эквипотенциальна, следует, что непосредственно у этой поверхности поле $\vec{E}$ направлено по нормали к ней в каждой точке. Если бы это было не так, то под действием касательной составляющей $\vec{E}$ заряды пришли бы в движение по поверхности проводника, т.е. равновесие зарядов было бы невозможным.

Пример. Каков потенциал незаряженного проводящего шара, на расстоянии r от центра которого расположен точечный заряд q (см.рис.)?

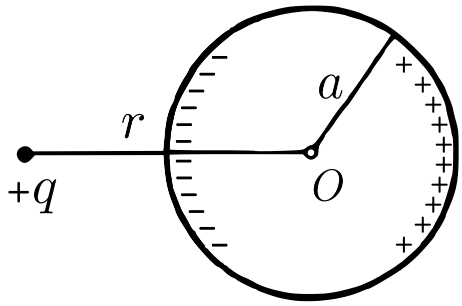

Рис. 5: Потенциал незаряженного проводящего шара

Потенциал φ всех точек шара одинаков. Вычислим его в центре шара О, так как для этой точки расчет оказывается наиболее простым:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \varphi'$$

где первое слагаемое - это потенциал от заряда q, а второе - потенциал от зарядов, индуцированных на поверхности шара. Но так как все индуцированные заряды находятся на одном и том же расстоянии a от точки О и суммарный индуцированный заряд равен нулю, то $\varphi' = 0$. Таким образом, в данном случае потенциал шара будет определяться только первым слагаемым.

На следующем рисунке изображено поле и распределение зарядов для системы, состоящей из двух проводящих шаров, один из которых (левый) заряжен. Вследствие электрической индукции на поверхности правого незаряженного шара появились заряды противоположного знака. Поле этих зарядов в свою очередь вызовет некоторое перераспределение зарядов на поверхности левого шара - их распределение по поверхности станет неравномерным. Сплошными линиями на рисунке показаны линии вектора $\vec{E}$, пунктирными - пересечения эквипотенциальных поверхностей с плоскостью рисунка.

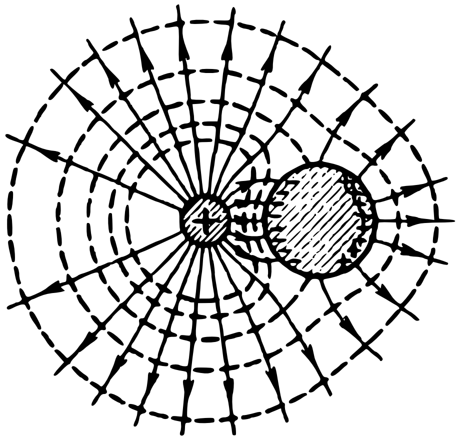

Рис. 6: Два проводящих шара

По мере удаления от этой системы эквипотенциальные поверхности становятся все более близкими к сферическим, а линии вектора $\vec{E}$ приближаются к радиальным, и само поле становится все более близким к полю точечного заряда q - полному заряду данной системы.

Поле у поверхности проводника. Рассмотрим участок поверхности проводника граничащий с вакуумом. Линии вектора $\vec{E}$ перпендикулярны поверхности проводника, поэтому в качестве замкнутой поверхности возьмем небольшой цилиндр, расположив его так, как показано на рисунке. Тогда поток вектора $\vec{E}$ через эту поверхность будет равен только потоку через «наружный» торец цилиндра (потоки через боковую поверхность и внутренний торец равны нулю), и мы имеем $E_n \Delta S = \sigma \Delta S / \varepsilon_0$, где E_n - проекция вектора $\vec{E}$ на внешнюю нормаль n (по отношению к проводнику), ΔS - площадь сечения цилиндра, σ - локальная поверхностная плотность заряда на проводнике. Сократив, обе части равенства на ΔS, получим

$$E_n = \sigma / \varepsilon_0$$

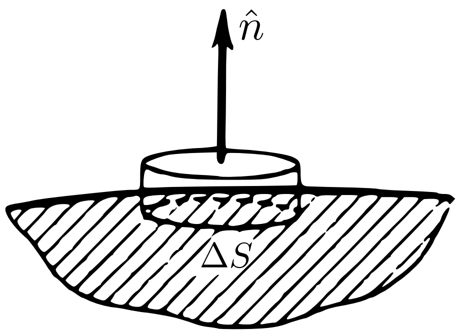

Рис. 7: Проводящая поверхность

Если $\sigma > 0$, то и $E_n > 0$, т.е. вектор $\vec{E}$ направлен от поверхности проводника - совпадает по направлению с нормалью n; если же $\sigma < 0$, то $E_n < 0$ - вектор $\vec{E}$ направлен к поверхности проводника.

Следует отметить что, напряженность $\vec{E}$ определяется всеми зарядами рассматриваемой системы, как и само значение σ.

1.13 Электроемкость. Емкость системы проводников

Величина $C = \dfrac{q}{\varphi}$ называется электроемкостью (сокращенно емкостью) уединенного проводника (т.е. проводника, удаленного от других проводников, тел и зарядов), где q заряд проводника, φ - его потенциал. Единицей измерения электрической емкости является **фарад** ($\text{Ф} = \text{Кл}/\text{В}$).

Уединенные проводники обладают малой емкостью - на них невозможно накопить большой заряд и связанную с ним энергию. Кроме того их емкость будет изменяться при изменении окружающей среды, т.к. при приближении других проводников с индуцированными зарядами изменятся окружающее поле и потенциал первоначально уединенного проводника, а следовательно и емкость проводника.

Стабилизировать емкость и существенно повысить возможность накапливания заряда и энергии позволяет такая система проводящих тел, которая замыкает внутри себя почти все электрическое поле, создаваемое зарядами, находящимися на них. Такие системы называются конденсаторами. Простейший конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), расположенных на малом расстоянии друг от друга.

Под емкостью конденсатора понимают отношение заряда конденсатора к разности потенциалов между обкладками (напряжению):

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

где φ_1 - потенциал обкладки, на которой находится заряд $q > 0$. При любом знаке заряда в этом случае мы получим значение $C > 0$. Емкость конденсатора определяется геометрией обкладок и свойствами среды, заполняющей конденсатор.

Для получения нужного значения емкости отдельные конденсаторы соединяют в батареи. При этом можно выделить два варианта соединений: параллельное и последовательное. При параллельном соединении соединяют проводниками обкладки, заряженные зарядом одинакового знака. Емкость такой батареи равна

$$C_{\text{паралл.}} = \sum_i C_i.$$

При последовательной схеме соединения соединяются попарно обкладки, на которых находятся заряды противоположного знака:

$$\frac{1}{C_{\text{послед.}}} = \sum_i \frac{1}{C_i}.$$

1.14 Энергия электрического поля

Энергия электрического поля в объеме V может быть найдена по формуле

$$W = \int_V \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \mathrm{d}V = \int \frac{\vec{E}\vec{D}}{2} \mathrm{d}V$$

где величина

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2},$$

называется плотностью энергии.

Данные соотношения справедливы для однородного изотропного диэлектрика, для которого выполняется равенство $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$.

Работа, затраченная на поляризацию единицы объема диэлектрика, может быть найдена по формуле

$$A = \frac{\vec{E}\vec{P}}{2}$$

Отсюда следует, что объемная плотность энергии $w = \vec{E}\vec{D}/2$ содержит в себе как собственную энергию электрического поля $\varepsilon_0 E^2/2$, так и энергию поляризации диэлектрика $\vec{E}\vec{P}/2$.

Примеры тестовых вопросов по разделу «Электростатика»

1. Что такое электрический заряд?
2. Сформулируйте закон Кулона.
3. Дайте определение напряженности электрического поля.
4. По какой формуле вычисляется напряженность электрического поля точечного заряда?
5. Сформулируйте принцип суперпозиции для вектора $\vec{E}$.
6. Дайте определение потока вектора $\vec{E}$.
7. Сформулируйте теорему Гаусса в интегральной форме.
8. Сформулируйте теорему Гаусса в дифференциальной форме.
9. В чем заключается физический смысл $\operatorname{div}\vec{E}$?
10. Дайте определение циркуляции вектора $\vec{E}$.
11. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора $\vec{E}$.
12. Дайте определение потенциального поля.
13. Докажите, что линии электростатического поля $\vec{E}$ не могут быть замкнутыми.
14. По какой формуле можно определить потенциальную энергию системы точечных зарядов?
15. Дайте определение потенциала.
16. Чему равен потенциал системы точечных зарядов?
17. Чему равен потенциал в случае непрерывного распределения заряда с плотностью ρ?
18. Сформулировать теорему о циркуляции поля $\vec{E}$ в дифференциальной форме.
19. Как связаны между собой напряженность электростатического поля $\vec{E}$ и его потенциал?
20. Что такое эквипотенциальная поверхность?
21. Как расположены друг относительно друга эквипотенциальные поверхности и силовые линии поля $\vec{E}$?
22. Дайте определение электрического диполя.
23. Что такое электрический дипольный момент?
24. Как найти момент сил, действующих на диполь?
25. Какие молекулы называют полярными? Неполярными?
26. Опишите процесс поляризации диэлектрика.
27. Какие заряды называют связанными? Сторонними?

28. Дайте определение поляризованности $\vec{P}$.
29. Что такое диэлектрическая восприимчивость вещества?
30. Дайте определение вектора $\vec{D}$.
31. Интегральная форма теоремы Гаусса для вектора $\vec{D}$.
32. Дифференциальная форма теоремы Гаусса для вектора $\vec{D}$.
33. Какие диэлектрики называют изотропными?
34. Как связаны между собой $\vec{P}$ и $\vec{E}$ в изотропных диэлектриках?
35. Как связаны между собой $\vec{D}$ и $\vec{E}$ в изотропных диэлектриках?
36. Докажите, что внутри проводника, внесенного во внешнее электрическое поле, отсутствуют избыточные заряды.
37. Чему равна напряженность электрического поля у поверхности проводника?
38. Дайте определение емкости уединенного проводника.
39. Что такое конденсатор?
40. Дайте определение емкости конденсатора.
41. Как вычислить емкость батареи конденсаторов при последовательном соединении? При параллельном?
42. По каким формулам вычисляется энергия электрического поля?
43. Как вычислить работу при поляризации диэлектрика?

2. Постоянный электрический ток

2.1 Постоянный ток. Уравнение непрерывности

Электрический ток - это упорядоченное движение электрических зарядов. Носителями тока в проводящей среде являются либо электроны (в металлах), либо ионы (в электролитах), либо другие заряженные частицы и их комбинации.

Количественной характеристикой тока является основная единица электромагнетизма сила тока I, которая имеет смысл величины заряда, переносимого в единицу времени через рассматриваемую поверхность $S : I = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$, где $\mathrm{d}q$ - заряд, переносимый через поверхность S за время $\mathrm{d}t$. Единицей силы тока является **ампер** (A).

Плотность тока. Более детальной характеристикой тока является плотность тока $\vec{j}$, которая определяет распределение тока по поверхности S. Численно j определяется соотношением $j = \mathrm{d}I/\mathrm{d}S_\perp$, где $\mathrm{d}S_\perp$ - площадка, перпендикулярная к направлению средней дрейфовой скорости носителей тока, на которую приходится ток силой $\mathrm{d}I$. За направление вектора $\vec{j}$ принимается направление средней скорости $\vec{u}$ положительных зарядов. Величина скорости упорядоченного движения на много порядков меньше скорости теплового движения, но хаотическое движение не дает вклада в ток. Ток определяется малой скоростью упорядоченного движения, но за счет большой концентрации носителей заряда может достигать больших значений. Направление тока отрицательных носителей противоположно их скорости, поэтому в общем случае плотность определяется формулой: $\vec{j} = \rho_+\vec{u}_+ + \rho_-\vec{u}_-$, где ρ_+и ρ_-- объемная плотности положительного и отрицательного зарядов носителей тока, а $\vec{u}_+$и $\vec{u}_-$- средние скорости их упорядоченного движения.

Поле вектора $\vec{j}$ изображается графически с помощью линий тока (линий вектора $\vec{j}$), также как и поле $\vec{E}$. Зная $\vec{j}$ можно определить силу полного тока через рассматриваемую поверхность:

$$I = \iint\limits_S \vec{j}\mathrm{d}\vec{S}$$

. **Уравнение непрерывности.** Соотношение

$$\oint\!\!\!\oint\limits_S \vec{j}\ \mathrm{d}\vec{S} = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

называют уравнением непрерывности, где q - заряд внутри объема V через поверхность которого и вычисляется ток, а $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ - убыль этого заряда в единицу времени.

Для стационарных (постоянных) токов $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = 0$, поэтому

$$\oint\!\!\!\oint\limits_S \vec{j}\mathrm{d}\vec{S} = 0,$$

т.е. в этом случае линии $\vec{j}$ непрерывны внутри V.

Дифференциальная форма уравнений непрерывности. Для фиксированного в среде объема V

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int \rho \mathrm{d}V = -\int \frac{\partial \rho}{\partial t}\mathrm{d}V$$

поэтому

$$\oiint \vec{j}\mathrm{d}\vec{S} = -\int \frac{\partial \rho}{\partial t}\ \mathrm{d}V$$

откуда, повторяя выкладки, проведенные при представлении теоремы Гаусса для вектора $\vec{E}$ в дифференциальной форме, получим $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\partial\rho/\partial t$. Для стационарного случая: $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$.

2.2 Закон Ома для участка цепи

Закон Ома для однородного проводника.

Сила тока, протекающего по однородному проводнику, пропорциональна разности потенциалов на его концах (напряжению U):

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

где R - электрическое сопротивление проводника. Единицами измерения электрического сопротивления являются **омы** (*Ом*).

В общем случае R зависит от размеров и формы проводника, его материала и температуры, а также от распределения тока $\vec{j}(\vec{r})$ в проводнике.

В простейшем случае, если ток течет вдоль оси однородного цилиндрического проводника сопротивление:

$$R = \rho\frac{\ell}{S},$$

где ℓ - длина проводника, S - площадь его поперечного сечения, ρ - удельное электрическое сопротивление, которое зависит от материала проводника и его температуры. Единицы измерения ρ: *Ом·м*.

Закон Ома в локальном виде имеет вид

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho} = \sigma\vec{E},$$

где $\sigma = \rho^{-1}$ - удельная электропроводность среды. Единицу, обратную Ому, называют **сименсом** (*См*), поэтому единицей σ является сименс, деленный на метр (*См/м*).

О распределении заряда проводника с током. Для постоянного тока имеем для произвольного объема, ограниченного поверхностью S, внутри проводника:

$$\oiint_S \sigma\vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = 0$$

Если при этом проводник однородный, то $\sigma\oint\vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = 0$, т.к. $\sigma \neq 0$, то $\oiint\vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = 0$, а по теореме Гаусса это значит, что в объеме внутри поверхности S избыточный заряд отсутствует. Он появляется на поверхности однородного проводника и прочих границах перехода между проводниками и различных неоднородностях. В статическом случае также как и в случае стационарного тока, заряды расположены на поверхности. Но в первом случае внутри проводника $E = 0$, поэтому у поверхности проводника $\vec{E}$ перпендикулярно поверхности. Во втором случае внутри $\vec{E} \neq 0$ и направлено вдоль проводника. В силу непрерывности тангенциальной составляющей $\vec{E}$ значения тангенциальной составляющей вблизи поверхности проводника будет равно значению E внутри проводника. Значит, при появлении тока в проводнике распределение зарядов на поверхности изменяется. Но при стационарном токе распределение зарядов остается постоянным и образованное ими поле $\vec{E}$ остается потенциальным. Отличие же кулоновских полей неподвижных зарядов и участвующих в стационарном движении проявляется в последнем случае в наличии поля $\vec{E}$ внутри проводника.

2.3 Стороннее поле. Электродвижущая сила и напряжение

Сторонние силы. Если бы все действующие на насители тока силы сводились к силам электростатического поля, то под действием этих сил положительные носители перемещались бы из мест с большим потенциалом к местам с меньшим потенциалом, а отрицательные носители двигались бы в обратном направлении. Это вело бы к выравниванию потенциалов, и в результате все соединенные между собой проводники приобрели бы одинаковый потенциал, и ток бы прекратился. Иными словами, при наличии лишь кулоновских сил в системе связанных проводников не мог бы существовать постоянный ток.

Поэтому в цепи постоянного тока наряду с участками, где положительные носители тока движутся в сторону уменьшения потенциала φ, должны быть участки, на которых перенос положительных носителей происходит в сторону возрастания φ, т.е. против сил электрического поля. Перенос носителей на этих участках возможен лишь с помощью сил не электростатического происхождения. Это так называемые **сторонние силы**.

Таким образом, для поддержания постоянного тока необходимы сторонние силы, действующие либо на отдельных участках цепи, либо во всей цепи. Физическая природа сторонних сил может быть весьма различной. Они могут быть обусловлены, например химической и физической неоднородностью проводника - таковы силы, возникающие при соприкосновении разнородных проводников (гальванические элементы, аккумуляторы) или проводников различной температуры (термоэлементы) и др.

Обобщенный закон Ома.
Для количественной характеристики сторонних сил, как и кулоновских, вводят напряженность $\vec{E}'$, как стороннюю силу действующую на единицу заряда. При наличии сторонних сил, закон Ома в локальном виде должен замениться соотношением

$$\vec{j} = \sigma\left(\vec{E} + \vec{E}'\right),$$

которое выражает **обобщенный закон Ома** в локальной форме.

Закон Ома для неоднородного участка цепи (в интегральном виде) имеет вид

$$I \cdot R = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathscr{E}_{1-2},$$

где $\mathscr{E}_{1-2} = \int\limits_1^2 \vec{E}' \mathrm{d}\vec{\ell}$ - электродвижущая сила (ЭДС), действующая на участке цепи, $(\varphi_1 - \varphi_2)$ - разность потенциалов.

Если ток идет от 1 к 2, то $I > 0$, если направление вектора напряженности сторонних сил совпадает с положительным направлением (от 1 к 2), то $\mathscr{E} > 0$, в противном случае значение ЭДС будет отрицательным.

2.4 Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца

Прохождение тока в проводнике, обладающем сопротивлением, сопровождается выделением тепла. Ограничимся ситуациями, когда других превращений энергий нет (проводник неподвижный, химические реакции не протекают). Тогда для однородного участка цепи закон Джоуля-Ленца имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = I^2 R,$$

где $\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$ - теплота, выделяемая в единицу времени (тепловая мощность).

Закон Джоуля-Ленца в локальной форме:

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = j^2 \rho,$$

где $q = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V}$ - удельная тепловая мощность (мощность в расчете на единицу объема). Удельная тепловая мощность пропорциональна квадрату плотности электрического тока и удельному сопротивлению среды в данной точке.

Если на носителей тока действуют только кулоновские силы, то $\vec{j} = \vec{E}/\rho$:

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \vec{j}\vec{E} = \sigma E^2.$$

Для **неоднородного участка цепи** из закона Ома можно записать

$$I^2 R = (\varphi_1 - \varphi_2)\, I + \mathscr{E} I,$$

где правая часть - мощность тока на рассматриваемом участке цепи. Для простой (неразветвленной) замкнутой цепи ($\varphi_1 = \varphi_2$): $\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \mathscr{E} I$, т.е. общее количество выделяемой за единицу времени во всей цепи джоулевой теплоты равно мощности только сторонних сил. В локальной форме для неоднородного участка цепи выражение удельной тепловой мощности имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = j^2 \rho = \vec{j}\left(\vec{E} + \vec{E}'\right).$$

Примеры тестовых вопросов по разделу «Постоянный электрический ток»

1. Что такое электрический ток?
2. Дайте определение плотности тока.
3. Сформулируйте уравнение непрерывности (в интегральной форме).
4. Сформулируйте уравнение непрерывности (в дифференциальной форме).
5. Сформулируйте закон Ома для однородного проводника.
6. Сформулируйте закон Ома в локальном виде.
7. Что такое сторонние силы?
8. Сформулируйте обобщенный закон Ома в локальной форме.
9. Сформулируете закон Ома для неоднородного участка цепи.
10. Сформулируйте закон Джоуля-Ленца (для однородного участка цепи).
11. Сформулируйте закон Джоуля-Ленца в локальной форме для однородного участка цепи).
12. Сформулируйте закон Джоуля-Ленца для неоднородного участка цепи.

3. Магнитное поле. Электромагнитная индукция

3.1 Сила Лоренца. Поле $\vec{B}$

Сила Лоренца. Из опыта известно, что сила $\vec{F}$, действующая на точечный заряд q, зависит как от его положения, так и от его скорости $\vec{v}$. Поэтому эту силу можно разделить на две составляющие - электрическую $\vec{F}_E$ (она не зависит от движения заряда) и магнитную $\vec{F}_M$ (зависит от скорости заряда).

Магнитную силу, также как и электрическую, можно определить, введя понятие магнитного поля. Оно характеризуется вектором $\vec{B}$ (магнитной индукцией). Единицей $\vec{B}$ является **тесла** (*Тл*). В каждой точке пространства $\vec{F}_M$ определяется формулой

$$\vec{F}_M = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Полная электромагнитная сила (сила Лоренца), действующая на заряд q, равна

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Данное соотношение имеет **универсальный характер**: оно справедливо для любых (постоянных и переменных) полей и любых скоростей $\vec{v}$. С его помощью можно определить $\vec{E}$ и $\vec{B}$, как это уже делалось для электрического поля. Существуют и другие методы определения $\vec{B}$.

Следует отметить, что **магнитная сила** всегда перпендикулярна скорости частицы, поэтому **работу над зарядом не совершает**. В постоянном магнитном поле энергия движущейся заряженной частицы не изменяется (если можно пренебречь потерями на излучение).

В нерелятивистском приближении сила Лоренца, как и любая другая сила, не изменяется при переходе от одной инерциальной системы к другой. Но скорость $\vec{v}$ при этом изменяется, значит, изменяется $\vec{F}_M$, поэтому изменится $\vec{F}_E = q\vec{E}$. Это говорит о том, что **разделение** сил и полей **на электрические и магнитные зависит от выбора системы отсчета**.

3.2 Магнитное поле тока. Закон Био-Савара-Лапласа

Принцип суперпозиции. Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип суперпозиции: магнитное поле, создаваемое несколькими движущимися зарядами или токами, равно векторной сумме магнитных полей, создаваемых каждым зарядом или током в отдельности (без учета наличия других зарядов или токов): $\vec{B}(\vec{r}) = \sum \vec{B}_i(\vec{r})$.

Закон Био-Савара-Лапласа позволяет определить вклад в магнитное поле от элементарного объема $\mathrm{d}V$ проводника с током. Он имеет вид

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[\vec{j}, \vec{r}]}{r^3}\mathrm{d}V,$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м* — магнитная постоянная, $\vec{r}$ — вектор, проведенный от объема $\mathrm{d}V$ к точке, в которой наблюдается магнитное поле.

Если ток I течет по элементарному отрезку проводника $\mathrm{d}\vec{\ell}$, то можно записать

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[\mathrm{d}\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3}$$

Проинтегрировав по всем токам, с учетом принципа суперпозиции, полное поле $\vec{B}$ получим:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{[\vec{j}, \vec{r}]}{r^3}\, \mathrm{d}V$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I[\mathrm{d}\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3}$$

Пример: магнитное поле прямого тока, т.е. тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины. По свойству векторного произведения следует, что в произвольной точке А векторы $\mathrm{d}\vec{B}$ от всех элементов токов имеют одно направление - за плоскость рисунка.

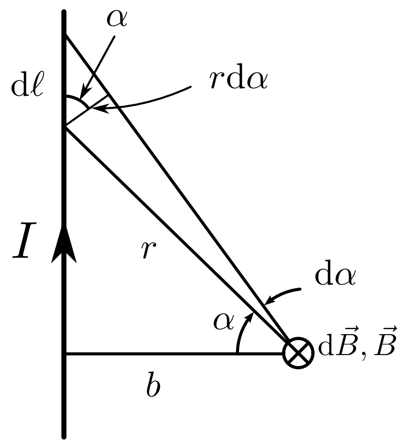

Рис. 8: Магнитное поле провода с током

Поэтому можно складывать просто модули $\mathrm{d}\vec{B}$. В нашем случае $\mathrm{d}\vec{B}$ удобней выразить не через угол между $\mathrm{d}\vec{\ell}$ и $\vec{r}$, а через α, тогда

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \mathrm{d}\ell \cos\alpha}{r^3}.$$

Как видно из рисунка $\mathrm{d}\ell \cos\alpha = r\mathrm{d}\alpha$ и $r = b/\cos\alpha$. Значит $\mathrm{d}B = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot \dfrac{I \cos\alpha \mathrm{d}\alpha}{b}$. Интегрируя последнее выражение по углу, получим

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \left(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1\right).$$

Это выражение позволяет находить магнитную индукцию от конечного проводника. В случае бесконечного проводника $(\alpha_2 = \pi/2, \alpha_1 = -\pi/2)$:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{b}$$

3.3 Сила Ампера. Закон Ампера

Силы, действующие на токи в магнитном поле, называют **силами Ампера**. Сила, действующая на элементарный объем $\mathrm{d}V$ проводника с плотностью тока $\vec{j}$ равна

$$\mathrm{d}\vec{F} = [\vec{j}, \vec{B}]\mathrm{d}V.$$

Если проводник достаточно тонкий, то

$$\mathrm{d}\vec{F} = I[\mathrm{d}\vec{\ell}, \vec{B}].$$

Для отрезка проводника в однородном поле $\vec{F} = I\left[\vec{\ell},\vec{B}\right]$, где $\vec{\ell}$ — вектор, проведенный из начала в конец отрезка в направлении тока. Если поле $\vec{B}$ однородно, то для замкнутого контура $\vec{F} = 0$.

В неоднородном поле в общем случае $\vec{F} \neq 0$ и расчет довольно сложен. Он упрощается в случае маленького плоского контура, который называют элементарным и характеризуют магнитным моментом p_m (см.рис):

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где I - ток, S - площадь, ограниченная контуром, $\vec{n}$ - нормаль к контуру, направление которой согласуется с направлением тока правилом правого винта.

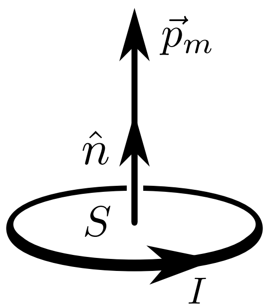

Рис. 9: Плоский контур с током

Сила, действующая на элементарный контур, может быть найдена по формуле

$$\vec{F} = p_m \frac{\partial \vec{B}}{\partial n},$$

где p_m - модуль магнитного момента, а $\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial n}$ - производная вектора $\vec{B}$ по перемещению в направлении $\vec{n}$ (т.е. в направлении магнитного момента $\vec{p}_m$).

Из данной формулы видно, что:

1. В однородном магнитном поле $\vec{F} = 0$, т.к. $\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial n} = 0$.

2. Направление вектора $\vec{F}$ в общем случае не совпадает ни с вектором $\vec{B}$, ни с вектором $\vec{p}_m$; вектор $\vec{F}$ совпадает с направлением приращения вектора $\vec{B}$, взятого в направлении вектора $\vec{p}_m$ в месте расположения контура.

3.4 Движение заряженных частиц в магнитном поле

Выражение для силы Лоренца $F_{\text{Л}} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$ позволяет найти ряд закономерностей движения заряженных частиц в магнитном поле. Направление силы Лоренца и направление вызываемого ею отклонения заряженной частицы в магнитном поле зависят от знака заряда q частицы. На этом основано определение знака заряда частиц, движущихся в магнитных полях.

Для вывода общих закономерностей будем считать, что магнитное поле однородно и на частицы электрические поля не действуют. Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью $\vec{v}$ вдоль линий магнитной индукции, то угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$ равен 0 или π. Тогда сила Лоренца равна нулю, т.е. магнитное поле на частицу не действует и она движется равномерно и прямолинейно.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью $\vec{v}$, перпендикулярной вектору $\vec{B}$, то сила Лоренца постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Согласно второму закону Ньютона, эта сила создает центростремительное ускорение. Следовательно, частица будет двигаться по окружности, радиус R_L которой, называемый *ларморовским*, определяется из условия $\dfrac{mv^2}{R_L} = qvB$ откуда

$$R_L = \frac{mv}{qB}.$$

Период вращения частицы, т.е. время, за которое она совершает один полный оборот будет равен $T = \dfrac{2\pi R_L}{v} = \dfrac{2\pi m}{qB}$. Обратная к нему величина, называемая *циклотронной* частотой:

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m}$$

не будет зависеть от скорости движения частицы (при $v \ll c$), а определяется только ее удельным зарядом q/m и величиной индукции магнитного поля B. На этом основано действие циклических ускорителей заряженных частиц.

Если скорость $\vec{v}$ заряженной частицы направлена под некоторым углом α к вектору $\vec{B}$, то ее движение можно представить в виде суперпозиции: 1) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v_{\shortparallel} = v\cos\alpha$; 2) равномерного движения со скоростью $v_{\perp} = v\sin\alpha$ по окружности в плоскости, перпендикулярной полю. Радиус окружности R_L определяется вышеприведенной формулой в которой надо заменить v на $v\sin\alpha$. В результате сложения обоих движений возникает движение по спирали, ось которой параллельна магнитному полю. Шаг винтовой линии

$$h = v_{\shortparallel} T = vT\cos\alpha = \frac{2\pi mv\cos\alpha}{qB}.$$

Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда частицы.

Если скорость заряженной частицы составляет угол $0 < \alpha < \pi/2$ с направлением вектора $\vec{B}$ *неоднородного* магнитного поля, индукция которого возрастает в направлении движения частицы, то R_L и h уменьшаются с ростом B. На этом основана фокусировка заряженных частиц в магнитном поле.

3.5 Намагничивание вещества. Намагниченность $\vec{J}$

Поле в магнетике. Всякое вещество является магнетиком, под действием магнитного поля оно намагничивается, т.е. его физически бесконечно малые объемы приобретают магнитный момент. Намагниченное вещество создает свое магнитное поле $\vec{B}'$. Оно вместе с полем $\vec{B}_0$, созданным токами проводимости образует результирующее поле $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$.

Поля $\vec{B}_0$ и $\vec{B}'$ являются усредненными по физически бесконечно малым объемам величинами. Также, как и $\vec{B}_0$ поле $\vec{B}'$ порождается токами (их называют микротоками или молекулярными токами), поэтому для $\vec{B}$ и при наличии магнетика справедлива **теорема Гаусса**:

$$\oiint \vec{B}\mathrm{d}\vec{S} = 0$$

Механизм намагничивания. Молекулы вещества из-за внутреннего движения заряда могут иметь собственный магнитный момент. Вообще-то, элементарные частицы (в том числе электроны) могут обладать магнитными моментами, не связанными с их перемещением в пространстве, но и в этом случае можно представлять поле $\vec{B}'$ как как результат действия некоторых микротоков. При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты молекул ориентированы беспорядочно и их вклад в результирующее магнитное поле равен нулю. Также равен нулю и суммарный магнитный момент вещества.

При внесении вещества во внешнее магнитное поле магнитные моменты молекул, если они были в отсутствие поля, приобретают преимущественную ориентацию по полю. Суммарный магнитный момент вещества становится отличным от нуля и возникает $\vec{B'} \neq 0$.

Появление суммарного магнитного момента и B' под действием внешнего поля наблюдается и у вещества, молекулы которого изначально не имеют собственного магнитного момента. В этом случае магнитные моменты молекул индуцируются внешним магнитным полем, причем индуцированный магнитный момент оказывается направлен противоположно внешнему полю.

Намагниченность. Состояние вещества при изучении магнитных явлений характеризуется величиной, которая называется намагниченность и обозначается символом $\vec{J}$. По определению

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V},$$

где ΔV - физически бесконечно малый объем, содержащий точку с радиус-вектором $\vec{r}$, поэтому $\vec{J} = \vec{J}(\vec{r})$; $\vec{p}_m$ - магнитный момент одной молекулы. Суммирование производится по всем магнитным моментам $\vec{p}_m$ находящихся в объеме ΔV.

Таким образом, $\vec{J}$ - магнитный момент единицы объема. Если ввести концентрацию молекул в пространстве $n = \Delta N/\Delta V$ и среднее значение магнитного дипольного момента $\langle \vec{p}_m \rangle$, то формулу выше можно представить в более удобном для понимания физических процессов виде:

$$\vec{J} = n\langle \vec{p}_m \rangle.$$

3.6 Токи намагничивания I'

С молекулярным магнитным моментом каждой молекулы можно связать элементарный круговой ток. Их называют молекулярными токами. При намагничивании вещества молекулярные токи упорядочиваются и их действие оказывается эквивалентно действию некоторых макроскопических токов. Эти макроскопические токи, магнитное поле которых совпадает с суммарным полем молекулярных токов называются токами намагничивания и обычно обозначаются I'. Токи, создаваемые при макроскопическом движении носителей заряда в веществе, называют токами проводимости I.

Понять возникновение токов намагничивания можно на примере однородного цилиндрического магнетика с намагниченностью $\vec{J}$, направленной вдоль оси цилиндра. Молекулярные токи в намагниченном магнетике ориентированы, как показано на следующем рисунке.

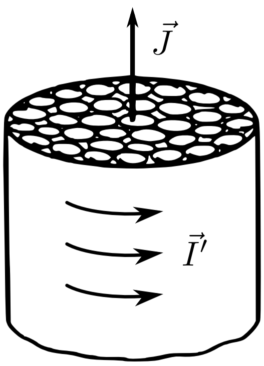

Рис. 10: Молекулярные токи в намагниченном магнетике

Как видно в объеме они компенсируют друг друга, а нескомпенсированными остаются только токи, выходящие на боковую поверхность цилиндра. Они образуют макроскопический **поверхностный** ток намагничивания I'. Ток I' возбуждает такое же макроскопическое магнитное поле, что и молекулярные токи вместе взятые.

Теперь рассмотрим случай, когда намагниченный магнетик является неоднородным. Пусть, например, молекулярные токи расположены так, как на рисунке ниже, где толщина линий соответствует силе молекулярных токов.

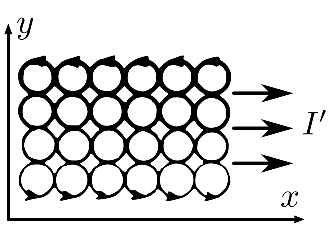

Рис. 11: Молекулярные токи в неоднородном магнетике

Вектор $\vec{J}$ направлен из плоскости рисунка и растет по модулю с ростом координаты y. В этом случае компенсации молекулярных токов внутри магнетика нет, и возникает **объемный** ток намагничивания, текущий в положительном направлении оси Ox.

Соответственно токам вводят линейную $\vec{i}$ $(A/м)$ и объемную плотность токов $\vec{j}$ $(A/м^2)$. Если бы удалось установить распределение токов $\vec{i}'$ и $\vec{j}'$, то в принципе можно было бы по закону Био-Савара-Лапласа найти $\vec{B}'$, а, следовательно, и $\vec{B}$. Но в общем случае это сделать невозможно, так как $\vec{i}'$ и $\vec{j}'$ зависят от результирующего поля $\vec{B}$.

3.7 Вектор $\vec{H}$

Для исследования магнитных полей в магнетиках вводят вспомогательный вектор $\vec{H}$ (вектор напряженности магнитного поля):

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$$

для которого теорема о циркуляции имеет вид

$$\oint \vec{H} \mathrm{d}\vec{\ell} = I$$

Циркуляция вектора $\vec{H}$ по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме **токов проводимости**, охватываемых этим контуром.

Единицей величины $\vec{H}$ является **ампер на метр** $(A/м)$. Дифференциальная форма теоремы о циркуляции вектора $\vec{H}$:

$$[\nabla, \vec{H}] = \vec{j},$$

т.е. ротор вектора $\vec{H}$ равен плотности тока проводимости в той же точке вещества.

Для магнетиков, в которых выполняется линейная зависимость между напряженностью магнитного поля и намагниченностью:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$

между $\vec{B}$ и $\vec{H}$ также существует линейная связь:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

где χ - магнитная восприимчивость, $\mu = 1 + \chi$ - магнитная проницаемость среды.

3.8 Закон индукции Фарадея и правило Ленца

В 1831 году Фарадеем было открыто явление **электромагнитной индукции**. Оно заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока вектора $\vec{B}$, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, который называется индукционным.

Индукционный ток в контуре возникает, потому что в нем появляется ЭДС индукции $\mathscr{E}_i$. Существенно, что $\mathscr{E}_i$ определяется лишь скоростью изменения магнитного потока Φ_B, т.е. $\dfrac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$ и не зависит от способа изменения Φ_B.

Фарадей выяснил, что индукционный ток можно вызвать двумя способами.

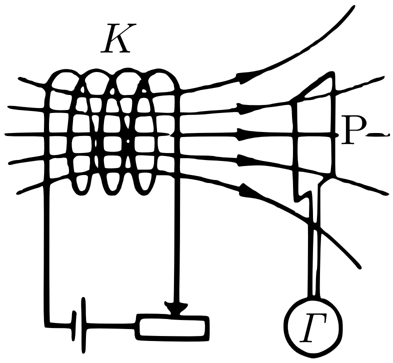

Рис. 12: Катушка с током и рамкой

На рисунке изображены катушка K с током I (она создает магнитное поле) и рамка P с гальванометром Г - индикатором индукционного тока.

1-й способ - перемещение рамки Р (или ее частей) в поле неподвижной катушки.

2-й способ - рамка Р неподвижна, но изменяется магнитное поле - или из-за перемещения катушки, или из-за изменения тока в ней, или из-за того и другого вместе. В любом случае гальванометр Г показывает наличие индукционного тока в рамке Р.

Направление индукционного тока (а также и знак ЭДС индукции) определяется правилом Ленца: **индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей**. Другими словами, магнитный поток, создаваемый индукционным током, направлен так, чтобы уменьшить изменение магнитного потока, создающего ЭДС индукции.

Если, например, рамку Р приближать к магниту, то поток через рамку будет возрастать и в рамке возникает индукционный ток, направленный по часовой стрелке (если на рамку смотреть справа).

Если рамку Р удалять, то направление индукционного тока в ней изменится на противоположное. В тех случаях, когда в массивных сплошных проводниках возникает по какой-либо причине изменение магнитного потока через возможные замкнутые контуры в проводниках, то в этих контурах появятся индукционные токи (так называемые токи Фуко). Этот эффект используют в некоторых тормозных системах.

Но часто появление токов Фуко проявляется негативно - они приводят к потерям энергии и нежелательным нагреванию проводников, например, трансформаторах. Для борьбы с ними сердечники трансформаторов собирают из тонких, изолированных друг от друга пластин, таким образом, чтобы исключить возможность появления больших контуров, пронизываемых магнитным потоком.

Закон электромагнитной индукции. По этому закону, при любом изменении магнитного потока через замкнутый контур, в нем возникает ЭДС индукции, которая определяется по формуле

$$\mathscr{E}_i = \frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}.$$

Если контур проводящий, то в нем возникнет индукционный ток, величина которого будет определяться $\mathscr{E}_i$ и характеристиками контура. Знак минус в формуле выше отражает правило Ленца и связан с согласованием направления обхода контура и направления нормали к поверхности, опирающейся на контур (см.рис.)

Направление нормали определяет знак магнитного потока (и его изменения), а направление обхода определяет знак э.д.с. Правилом согласования является правило винта - положительный обход, при наблюдении «с конца вектора $\vec{n}$, тот, который совершается против часовой стрелки.

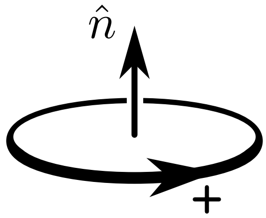

Рис. 13: Направление нормали к поверхности, опирающейся на контур

Предположим, что для контура, представленного на рисунке выше, изменение магнитного потока в направлении нормали $\mathrm{d}\Phi > 0$, тогда будет $\mathscr{E}_i < 0$, т.е. если смотреть на контур в направлении нормали, индукционный ток будет течь в направлении против часовой стрелки.

В случае, когда замкнутый контур является конструкцией типа катушки с N витками, то полный магнитный поток, пронизывающий такой сложный контур, складывается из потоков, пронизывающих отдельные витки, если все они равны Φ_1, то полный магнитный поток равен $\Phi = N\Phi_1$ и, соответственно, ЭДС индукции в контуре будет равна

$$\mathscr{E}_i = -N\frac{\mathrm{d}\Phi_1}{\mathrm{d}t}.$$

Примеры тестовых вопросов по разделу «Магнитное поле. Электромагнитная индукция»

1. Дайте определение силы Лоренца.
2. Что такое вектор $\vec{B}$?
3. Сформулируйте принцип суперпозиции для вектора $\vec{B}$.
4. Сформулируйте закон Био-Савара-Лапласа.
5. Найдите поле $\vec{B}$ прямого тока.
6. Какую силу называют силой Ампера?
7. Дайте определение магнитного момента.
8. Сформулируйте теорему Гаусса для вектора $\vec{B}$.
9. В чем заключается механизм намагничения?
10. Дайте определение намагниченности $\vec{J}$.
11. Какие токи называют молекулярными?
12. Какие токи называют поверхностными токами намагничивания?
13. Какие токи называют объемными токами намагничивания?
14. Дайте определение вектора $\vec{H}$.
15. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$ (в интегральной и дифференциальной форме).
16. Связь между $\vec{J}$ и $\vec{H}$? Между $\vec{B}$ и $\vec{H}$?
17. В чем заключается явление электромагнитной индукции?
18. Дайте определение ЭДС индукции.
19. Сформулируйте правило Ленца.
20. Какие токи называют токам Фуко?
21. Сформулируйте закон электромагнитной индукции.

4. Уравнения Максвелла

4.1 Ток смещения

Открытие Максвелла. Теория электромагнитного поля, начала которой заложил Фарадей, математически была завершена Максвеллом. При этом одной из важнейших новых идей, выдвинутых Максвеллом, была мысль о симметрии в действии электрического и магнитного полей. А именно, поскольку меняющееся во времени магнитное поле $\left(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)$ создает электрическое поле, следует ожидать, что меняющееся по времени электрическое поле $\left(\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$ создает магнитное поле.

Меняющееся со временем электрическое поле характеризуется плотностью тока смещения:

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}.$$

Сумму тока проводимости и тока смещения называют полным током:

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

С учетом этого соотношения, теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$ принимает вид

$$\oint \vec{H}\mathrm{d}\vec{\ell} = \iint \left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) \mathrm{d}\vec{S}$$

а ее дифференциальная форма:

$$[\vec{\nabla}, \vec{H}] = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

4.2 Система интегральных уравнений Максвелла

Уравнения Максвелла в интегральной форме.
С введением тока смещения макроскопическая теория электромагнитного поля была блестяще завершена. Открытие тока смещения $\left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)$ позволило Максвеллу создать единую теорию электрических и магнитных явлений. Теория Максвелла не только объяснила все разрозненные явления электричества и магнетизма с единой точки зрения, но и предсказала ряд новых явлений, существование которых подтвердилось впоследствии.

Система фундаментальных уравнений электродинамики, называемых уравнениями Максвелла в неподвижных средах. В интегральной форме система имеет вид:

$$\begin{cases} \oint \vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell} = -\int \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}\mathrm{d}\vec{S} \\ \oiint \vec{D}\mathrm{d}\vec{S} = \int \rho \mathrm{dV} \\ \oint \vec{H}\mathrm{d}\vec{\ell} = \int \left(\vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\mathrm{d}\vec{S} \\ \oiint \vec{B}\mathrm{d}\vec{S} = 0 \end{cases}$$

где ρ - объемная плотность сторонних зарядов, $\vec{j}$ - плотность тока проводимости.

Эти уравнения в сжатой форме выражают всю совокупность наших сведений об электромагнитном поле. Содержание этих уравнений заключается в следующем:

1. Циркуляция вектора $\vec{E}$ по любому замкнутому контуру равна со знаком минус производной по времени от магнитного потока через любую поверхность, ограниченную данным контуром. При этом под $\vec{E}$ понимается не только вихревое электрическое поле, но и электростатическое (циркуляция последнего, как известно, равна нулю).

2. Поток вектора $\vec{D}$ сквозь любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме сторонних зарядов, охватываемых этой поверхностью.

3. Циркуляция вектора $\vec{H}$ по любому замкнутому контуру равна полному току (току проводимости и току смещения) через произвольную поверхность, ограниченную данным контуром.

4. Поток вектора $\vec{B}$ сквозь произвольную замкнутую поверхность всегда равен нулю.

Из уравнений Максвелла для циркуляции векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ следует, что электрическое и магнитное поля нельзя рассматривать как независимые: изменение по времени одного из этих полей приводит к появлению другого. Поэтому имеет смысл лишь совокупность этих полей, описывающая единое электромагнитное поле.

Если же поля стационарны: $\vec{E} = Const$ и $\vec{B} = Const$, то уравнения Максвелла распадаются на две группы независимых уравнений:

$$\oint \vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell} = 0, \ \oiint \vec{D}\mathrm{d}\vec{S} = q;$$
$$\oint \vec{H}\mathrm{d}\vec{\ell} = I, \ \oiint \vec{B}\mathrm{d}\vec{S} = 0.$$

В этом случае электрическое и магнитное поля независимы друг от друга, что и позволило нам изучить сначала постоянное электрическое поле, а затем независимо от него и постоянное магнитное поле.

Необходимо подчеркнуть, что рассуждения, с помощью которых мы пришли к уравнениям Максвелла, ни в коей мере не могут претендовать на их доказательство.

Эти уравнения нельзя «вывести», они являются основными аксиомами, постулатами электродинамики, полученными путем обобщения опытных фактов. Эти постулаты играют в электродинамике такую же роль, как законы Ньютона в классической механике или начала термодинамики.

Примеры тестовых вопросов по разделу «Уравнения Максвелла»

1. Дайте определение тока смещения.
2. Дайте определение полного тока.
3. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$ в случае произвольных токов (в интегральной и дифференциальной форме).
4. Сформулируйте уравнения Максвелла.
5. В чем заключается содержание этих уравнений?