

Задача 1

В декартовых координатах положение точки определяется уравнениями

$$\begin{cases} x(t) = r \cos(\omega t), \\ x(t) = r \sin(\omega t), \end{cases} \quad (1)$$

где $r, \omega > 0$. Найдите путь, пройденный точкой за время $\pi\omega^{-1}$.

Задача 2

Тело движется по окружности радиуса R со скоростью $V = u \exp(t\alpha^{-1})$, где t это время, а u и α это положительные постоянные. Найдите зависимость величины ускорения тела a от времени. Как будет меняться угол между векторами ускорения \mathbf{a} и скорости \mathbf{V} ?

Задача 3

Колесо радиуса R катится по горизонтальной поверхности без скольжения с ускорением, так что скорость центра колеса меняется во времени по закону $V_c = at$. Очевидно, что разные точки колеса испытывают в неподвижной (инерциальной) системе отсчета разное ускорение. Найдите точки, в которых это ускорение наибольшее (a_{\max}) и наименьшее (a_{\min}). Чему равны эти ускорения?

Задача 4

В сферической системе координат положение точки задается тремя величинами: r – расстояние от начала координат до точки, θ – угол между радиус-вектором точки и осью z , и φ – угол между проекцией радиус-вектора на плоскость (xy) и осью x .

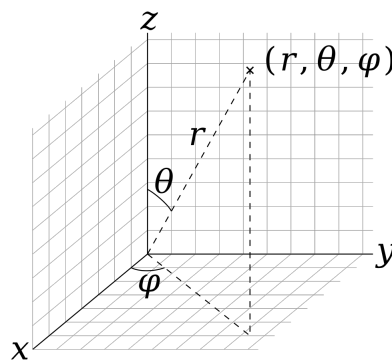


Рис. 1: Точка с координатами (r, θ, φ) , изображенная на фоне декартовых координат (x, y, z) .

Декартовы координаты выражаются через сферические как

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi, \\ y = r \sin \theta \sin \varphi, \\ z = r \cos \theta. \end{cases} \quad (2)$$

Пусть сферические координаты точки заданы уравнениями

$$\begin{cases} r = \text{const}, \\ \theta = \Omega t, \\ \varphi = \omega t, \end{cases} \quad (3)$$

где t это время, а Ω и ω это положительные постоянные. Точка начинает свое движение с момента $t = 0$. Определите промежуток времени Δt , через который величина скорости V точки достигнет максимального значения V_{\max} . Чему будет равна максимальная скорость V_{\max} ?

Задача 5

Частица движется по радиусу вращающегося диска со скоростью $v = 1$ м/с. В начальный момент времени частица находилась в центре диска. Угловая скорость вращения диска $\omega = 100$ рад/с. Найти приближенное значение пути s , пройденного частицей в неподвижной системе отсчета за время с момента $t_1 = 10$ с до момента $t_2 = 20$ с.