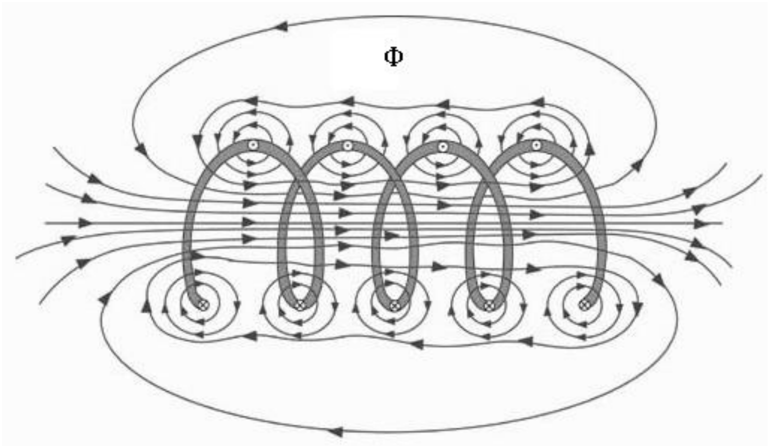
Физические основы компьютерных и сетевых технологий

Семестр 2. Колебания и волны

Музыченко Я.Б.
muzychenko@itmo.ru
2024

Лекция 2. Основные законы магнитостатики



План лекции

- С прошлой лекции: как измерить магнитное поле?
- Магнитный поток.
- Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции в двух формах.
- Теорема о циркуляции для вектора магнитной индукции в двух формах.
- Применение теоремы о циркуляции. Магнитное поле соленоида, тороида.

https://www.youtube.com/watch?v=MXuZ1SRjpqk&t=42s (W. Lewin, 8.02, Lec. 15)

Что такое магнитный поток и почему он важен?

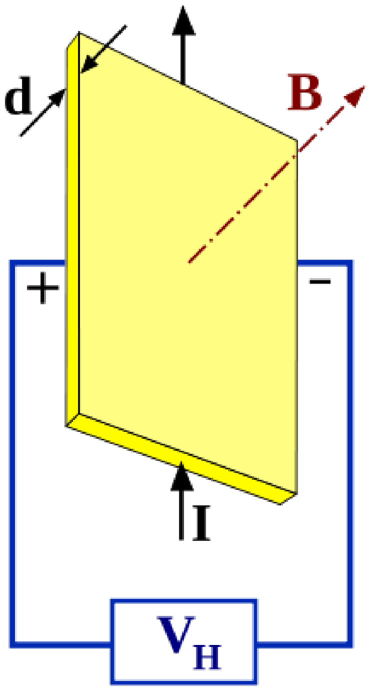
Как посчитать магнитное поле без интегралов?

Какими свойствами обладает магнитное поле?

Какими уравнениями можно описать все явления магнетизма?

Измерение магнитного поля

Эффект Холла – возникновение разности потенциалов на гранях проводника (полупроводника) при его помещении в магнитное поле.

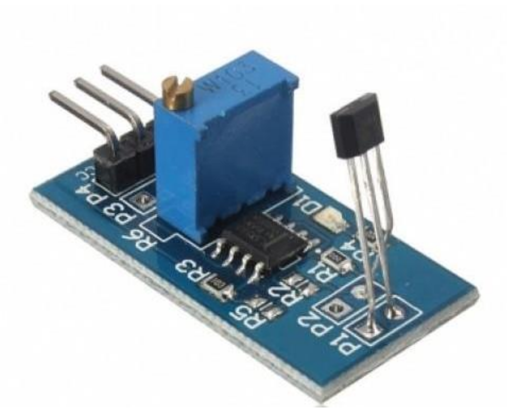


Здесь вывод на доске

Измерение магнитного поля

Датчики Холла - магнитометры

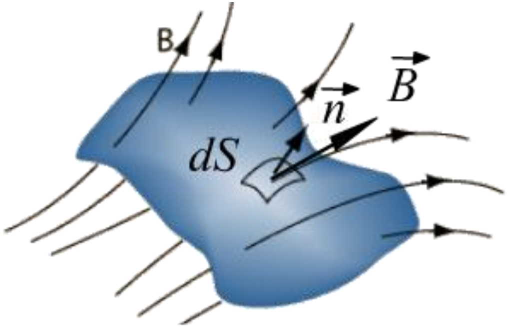
Могут быть аналоговыми и цифровыми.
- автомобили;
- смартфоны (трехосевые датчики цифровой компас, включение экрана).



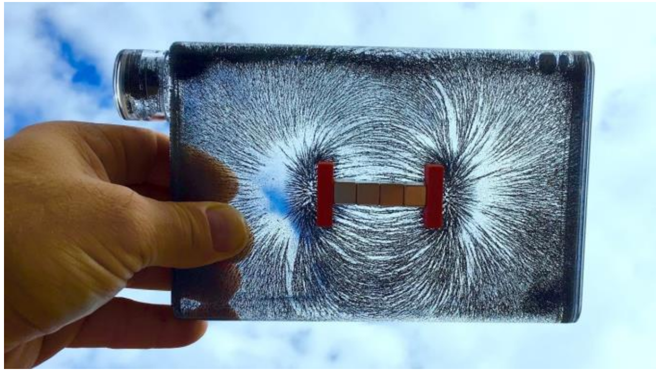
Магнитный поток

Графическое представление магнитного поля:

- ✓ касательные к линиям магнитного поля совпадают с направлением вектора магнитной индукции;
- ✓ густота линий пропорциональна модулю индукции магнитного поля.



$$\Phi = [\text{Вб}]$$



Элементарный поток:

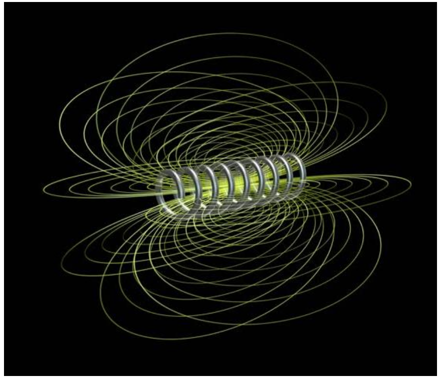
$$d\Phi = B_n dS = BdS\cos\alpha$$

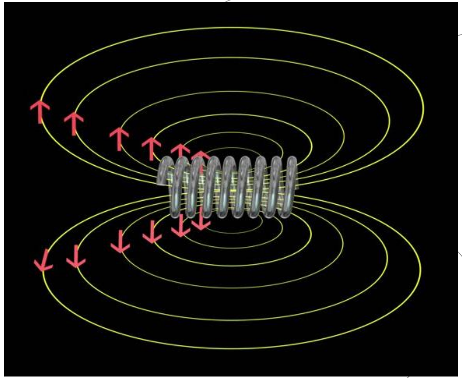
Поток через произвольную поверхность:

$$\boxed{\Phi = \int d\Phi = \int \vec{B}d\vec{S} = \int B_n dS}$$

Однородное магнитное поле

Однородное поле ($\vec{B} = \text{const}$), линии **параллельны** друг другу, находятся на **одинаковом расстоянии** друг от друга. Пример – поле внутри соленоида.





Магнитный поток однородного поля:

$$\Phi = \vec{B}\vec{S} = B_n S = BS\cos\alpha$$

B_n– проекция вектора магнитной индукции на направление нормали к поверхности;
α – угол между нормалью и линиями магнитной индукции.

Теорема Гаусса

Магнитный поток через любую замкнутую поверхность **равен нулю:**

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Магнитные линии не имеют ни начала, ни конца (число входящих в объем линий равно числу выходящих линий из этого объема).

Магнитное поле не имеет источников, не существует магнитных зарядов.

Теорема Гаусса в дифференциальной форме

Здесь вывод на доске

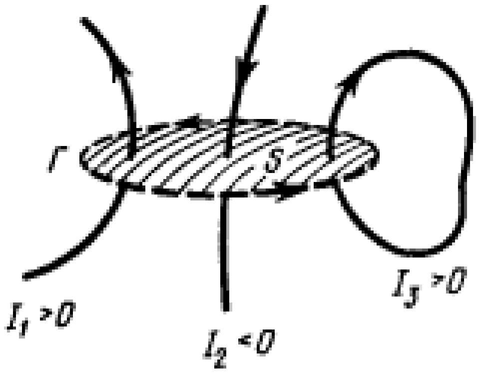
Теорема о циркуляции

Здесь вывод на доске

Теорема о циркуляции

Циркуляция вектора $\vec{B}$ по произвольному контуру равна произведению μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых контуром (**закон полного тока**).

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum I_k$$



Ток считается положительным, если его направление связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта.

$$\oint_l \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0(I_1 - I_2 + I_3)$$

Теорема о циркуляции в дифференциальной форме

Закон полного тока для бесконечно малого контура площадью *dS:*

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 \int \vec{j}d\vec{s}$$

По теореме Стокса:

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \int rot\vec{B}d\vec{s} \rightarrow rot\,\vec{B} = \mu_0\vec{j}$$

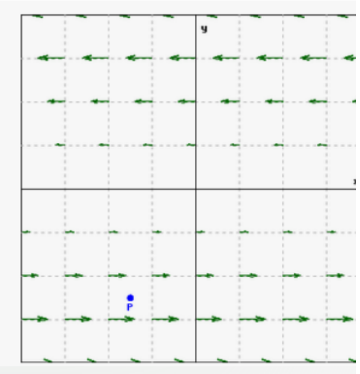
$$rot\vec{B} = \vec{i}\left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}\right) + \vec{j}\left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}\right) + \vec{k}\left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}\right) = [\nabla\vec{B}]$$

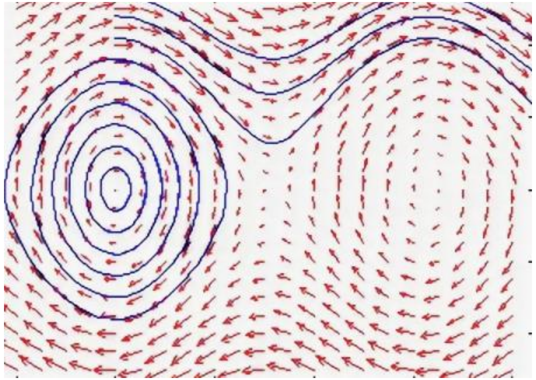
$$\boxed{rot\vec{B} = \mu_0\vec{j}}$$

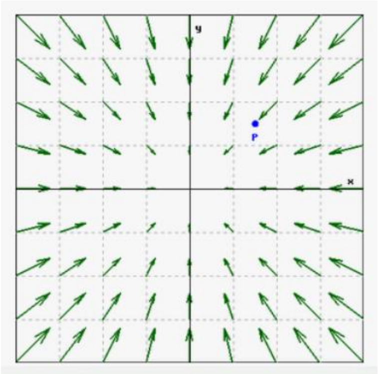
Уравнения Максвелла

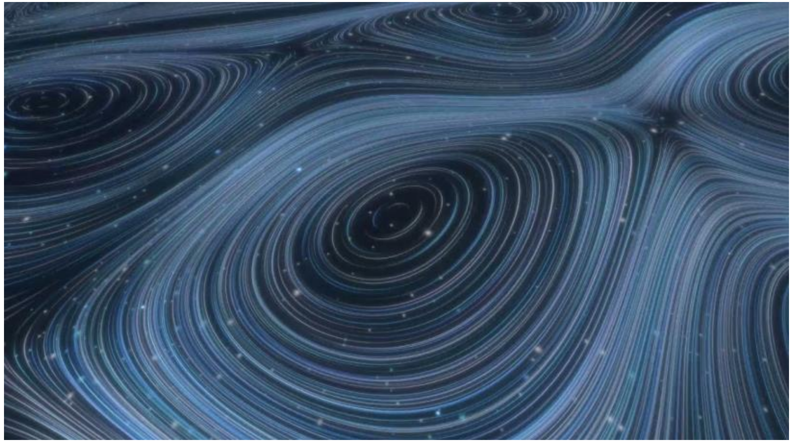
	Электрическое поле	Магнитное поле
тип поля	потенциальное	Вихревое, соленоидальное, непотенциальное
теорема Гаусса	$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$	$rot\vec{E} = 0$
теорема Гаусса в диф. форме	$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$div\vec{B} = 0$
теорема о циркуляции	$\oint_l \vec{E}\, d\vec{l} = 0$	$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_k$
т. о циркуляции в диф. форме	$rot\vec{E} = 0$	$rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

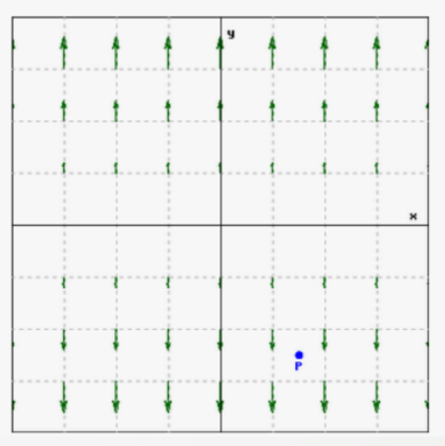
Типы полей





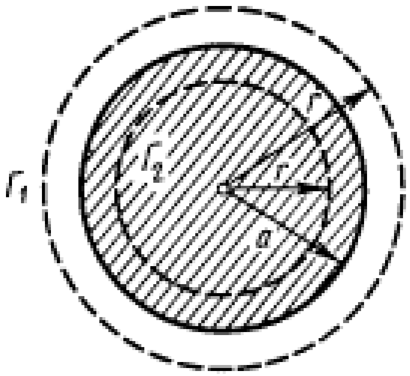






https://mavink.com/explore/Vortex-Field

Применение теоремы о циркуляции

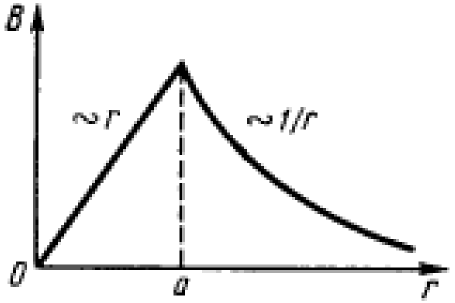


Магнитное поле прямого тока

Постоянный ток I течет вдоль прямого бесконечного провода, имеющего сечение радиусом a. Найдем индукцию внутри и снаружи провода.

Здесь вывод на доске

Применение теоремы о циркуляции



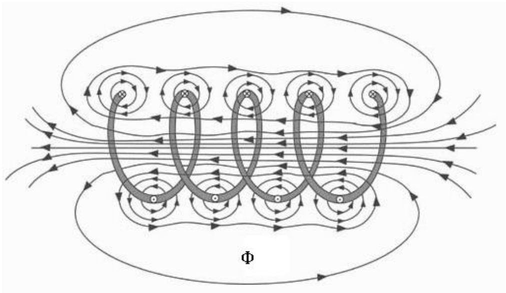
Магнитное поле прямого тока

Постоянный ток I течет вдоль прямого бесконечного провода, имеющего сечение радиусом a. Найдем индукцию внутри и снаружи провода.

$$r < a \qquad B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$$

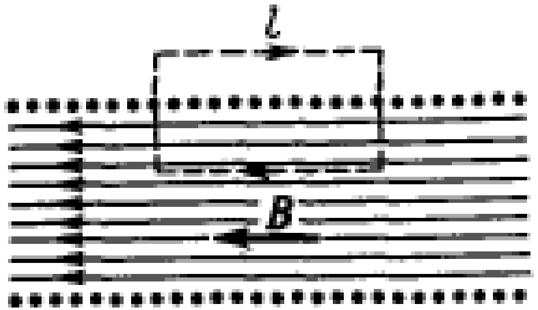
$$r \geq a \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Применение теоремы о циркуляции



Магнитное поле соленоида

Постоянный ток I течет по проводнику, намотанному по винтовой линии на поверхность цилиндра (соленоид). Найдем индукцию внутри и снаружи соленоида.
n – число витков соленоида на единицу длины



Здесь вывод на доске

Применение теоремы о циркуляции

Магнитное поле соленоида

$$\boxed{B = \mu_0 n I}$$

$$n = \frac{N}{L}$$

N – общее число витков соленоида;
L – длина соленоида.

Опыт показывает, что чем длиннее соленоид, тем меньше магнитное поле снаружи от него.
Для бесконечного соленоида:

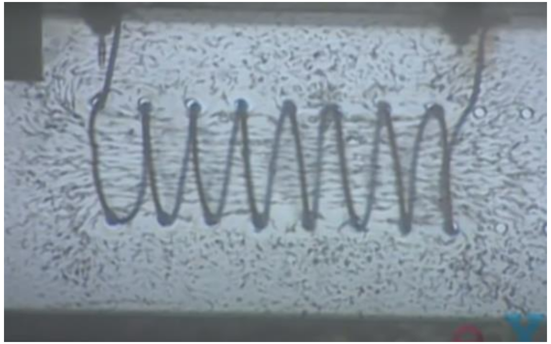
Внутри

$$B = \mu_0 n I$$

снаружи

$$B = 0$$

Магнитное поле внутри соленоида ***однородно!***



Соленоид или катушка. Примеры

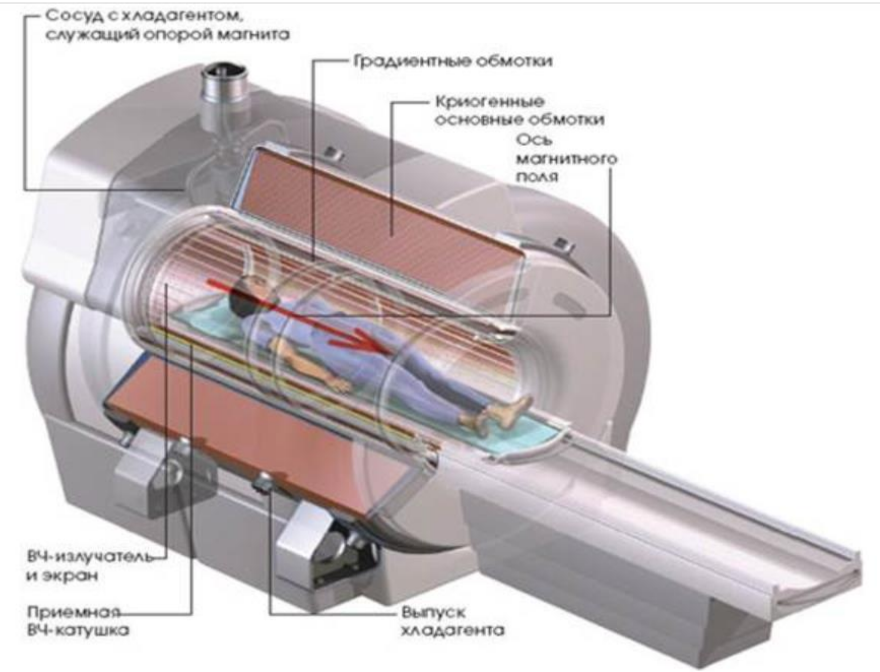
Пример: МРТ

I = 100 А

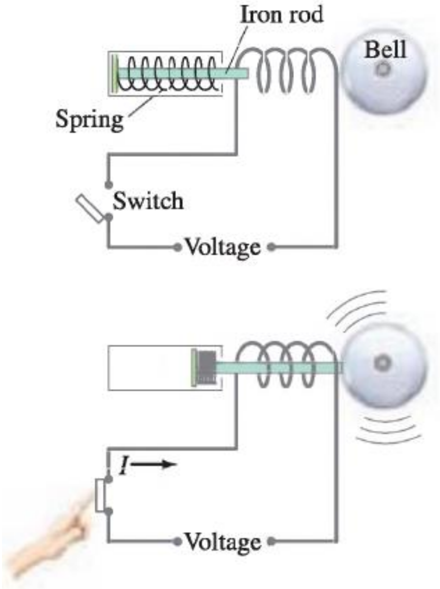
B = 1,2 Тл

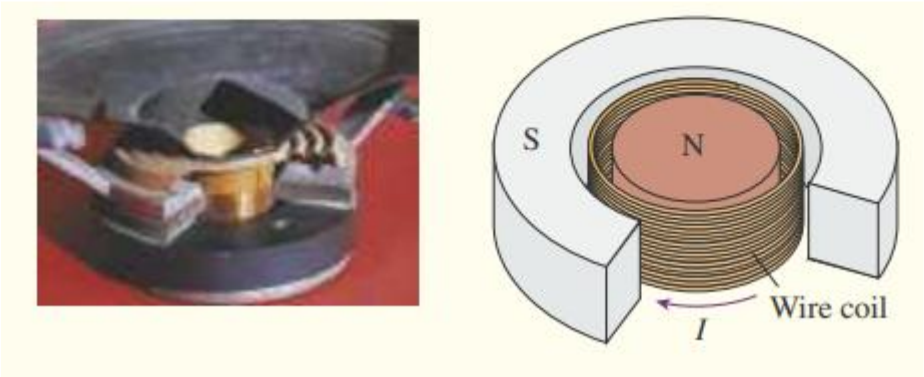
L = 1 м

N - ?



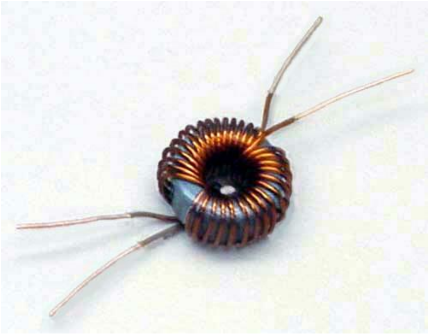
Соленоид или катушка. Примеры

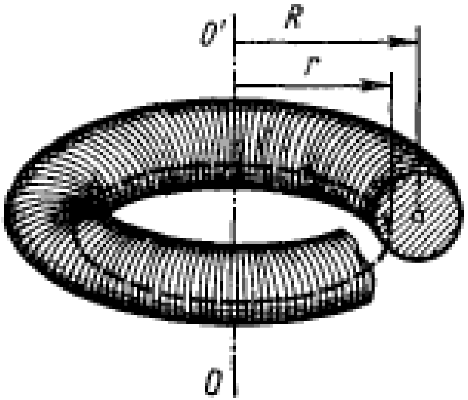




Применение теоремы о циркуляции. Тороид

Постоянный ток I течет по проводнику, намотанному на каркас в форме тора. Найдем индукцию внутри и снаружи тороида.
n – число витков соленоида на единицу длины



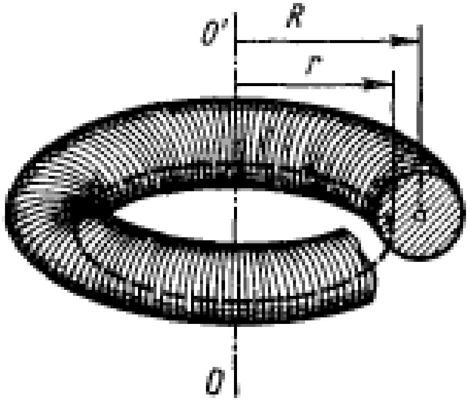


$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \ldots$$

Здесь вывод на доске

Применение теоремы о циркуляции. Тороид

Магнитное поле тороида



внутри $$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

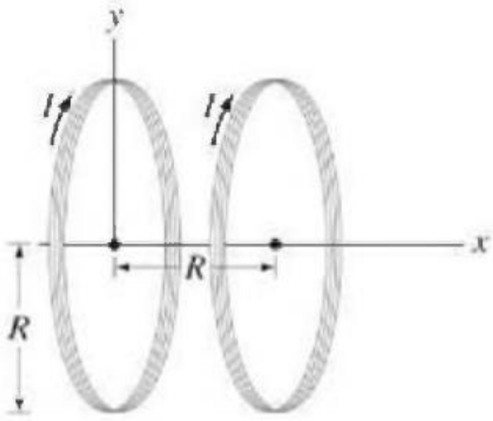
снаружи $$B = 0$$

Задание к лекции. Вариант 1

Магнитное поле катушек Гельмгольца. Визуализация графика B(x)

Входные параметры: радиус катушек, количество витков в катушках, величина тока. Входные параметры меняются в реальном времени.

Итоговый вид модели: Зависимость магнитной индукции поля от координаты x. График меняется в зависимости от входных параметров.

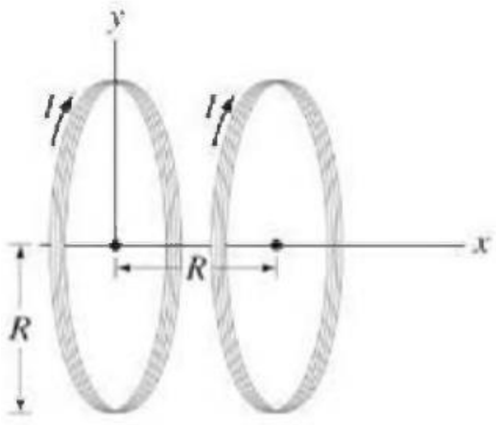


Задание к лекции. Вариант 2

1. Доказать теорему о циркуляции для случая контура, не перпендикулярного плоскости тока.

2. Что представляет собой коаксиальный кабель? Опишите магнитное поле внутри и вне коаксикального кабеля. Используйте теорему о циркуляции.

(III) A set of Helmholtz coils (see Problem 61, Fig. 28–58) have a radius $R = 10.0$ cm and are separated by a distance $R = 10.0$ cm. Each coil has 250 loops carrying a current $I = 2.0$ A. (*a*) Determine the total magnetic field B along the x axis (the center line for the two coils) in steps of 0.2 cm from the center of one coil ($x = 0$) to the center of the other ($x = R$). (*b*) Graph B as a function of x. (*c*) By what % does B vary from $x = 5.0$ cm to $x = 6.0$ cm?



Спасибо за внимание!

muzychenko@itmo.ru

BE in LOVE with physics