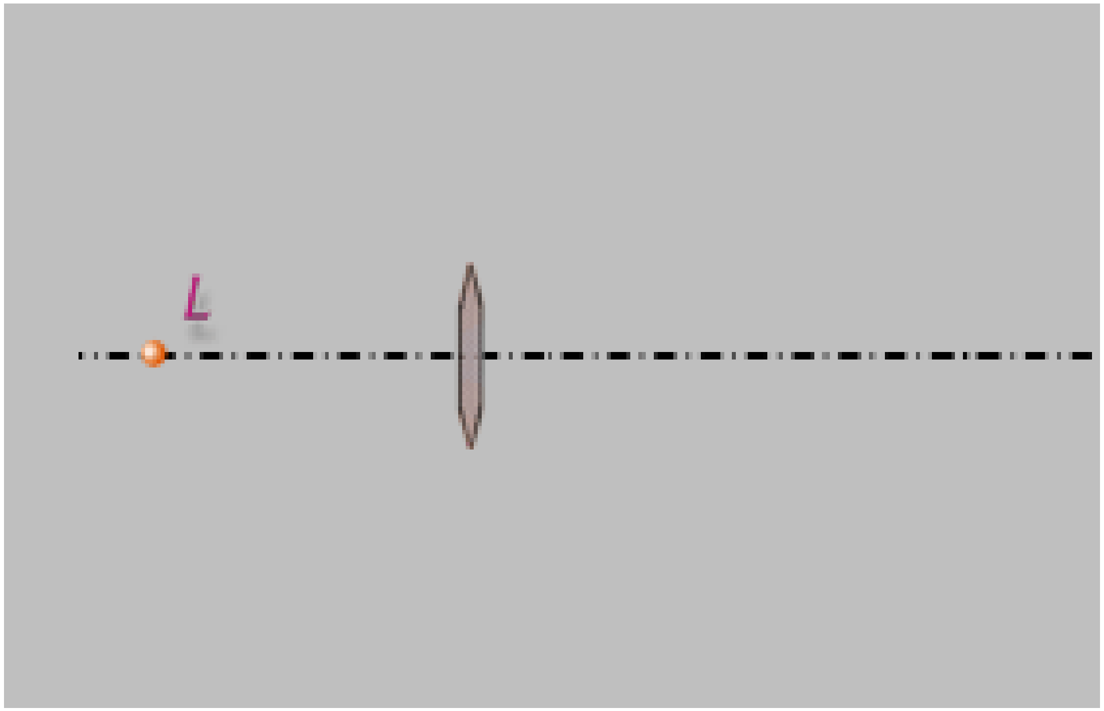
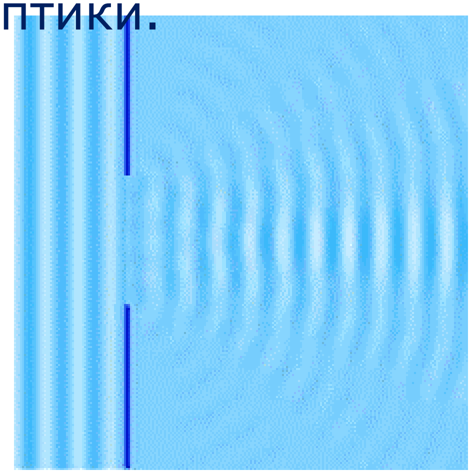
Оптика

Лекция 12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИФРАКЦИИ



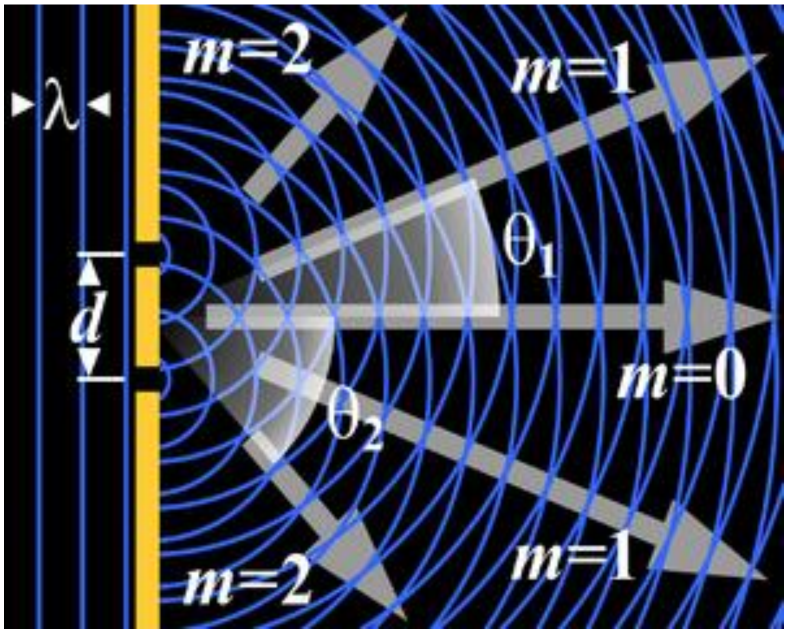
Дифракцией называется круг явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонением от законов геометрической оптики.

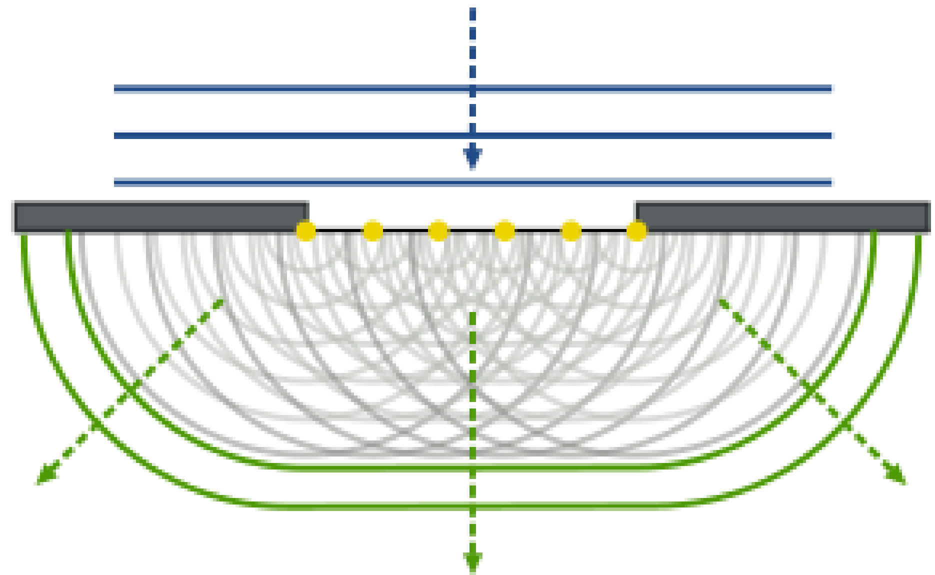


Дифракция приводит к огибанию волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.

Для наблюдения дифракции световых волн необходимо создание специальных условий. Это обусловлено малостью длины световой волны.

ДИФРАКЦИЯ И ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ



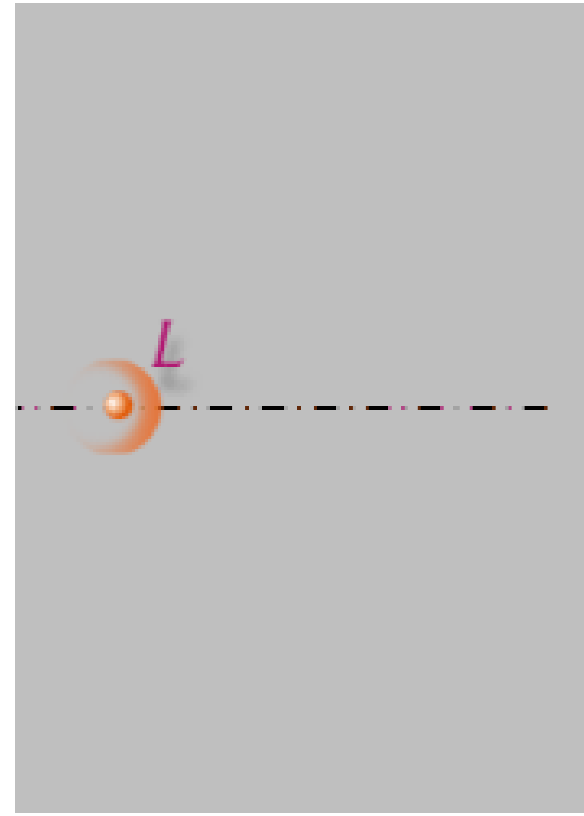


Между и интерференцией и дифракцией нет существенного физического различия. Оба явления заключаются в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн.

Перераспределение интенсивности, возникающее в результате наложения волн, возбуждаемых конечным числом источников, принято называть **интерференцией.**

В случае суперпозиции волн от источников, расположенных непрерывно, принято говорить о **дифракции света.**

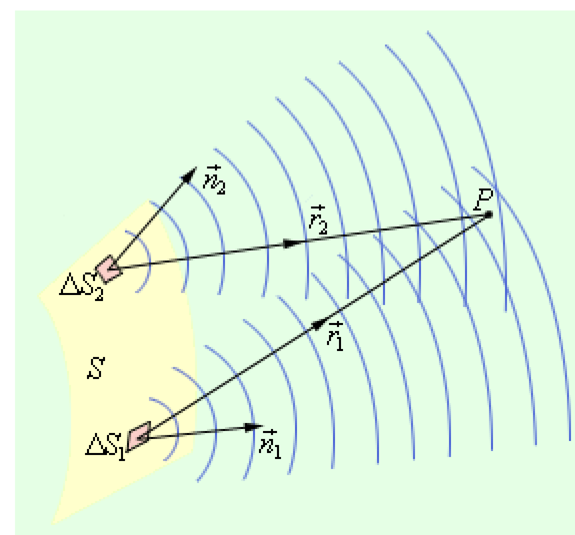
ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА-ФРЕНЕЛЯ



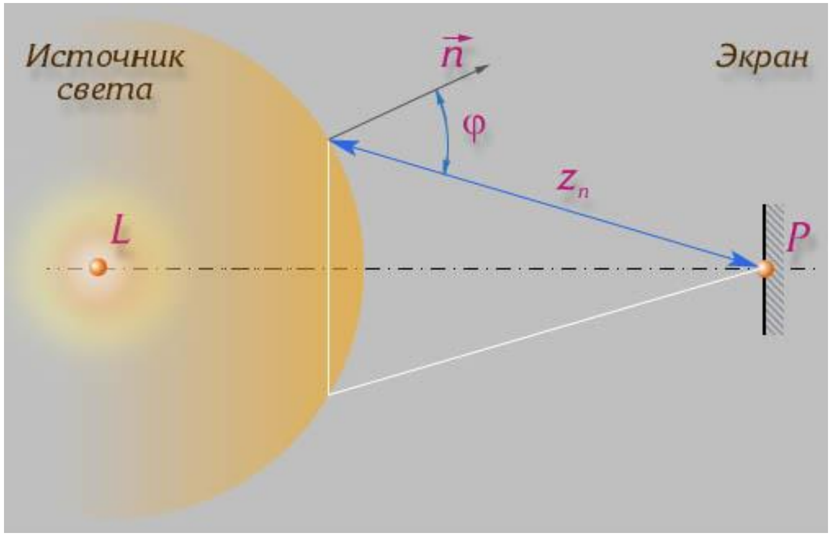
Проникновение световых волн в область геометрической тени может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса: каждая точка, до которой доходит волновой фронт, служит источником вторичных сферических волн; огибающая этих волн дает положение фронта волны в следующие моменты времени.

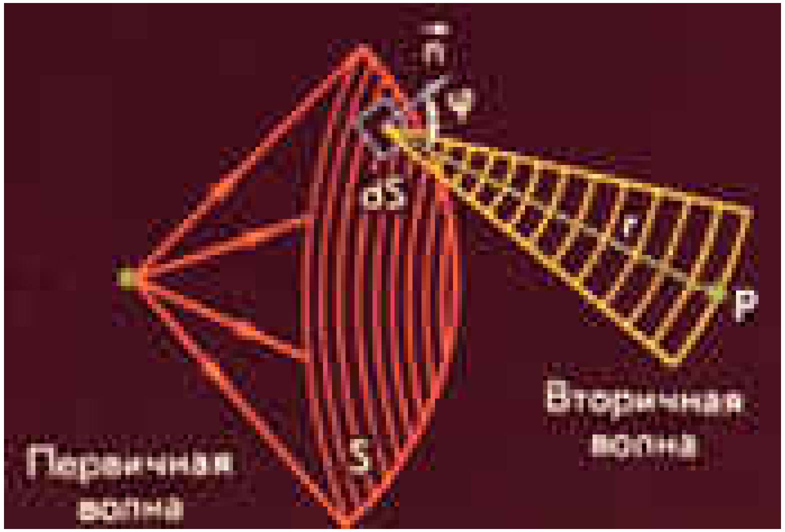
Однако, этот принцип не дает сведений об амплитуде и об интенсивности вторичных волн, распространяющихся в различных направлениях.

Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет найти амплитуду суммарной волны в любой точке пространства. Развитый таким способом принцип Гюйгенса получил название принципа Гюйгенса-Френеля.



ИНТЕГРАЛ КИРХГОФА





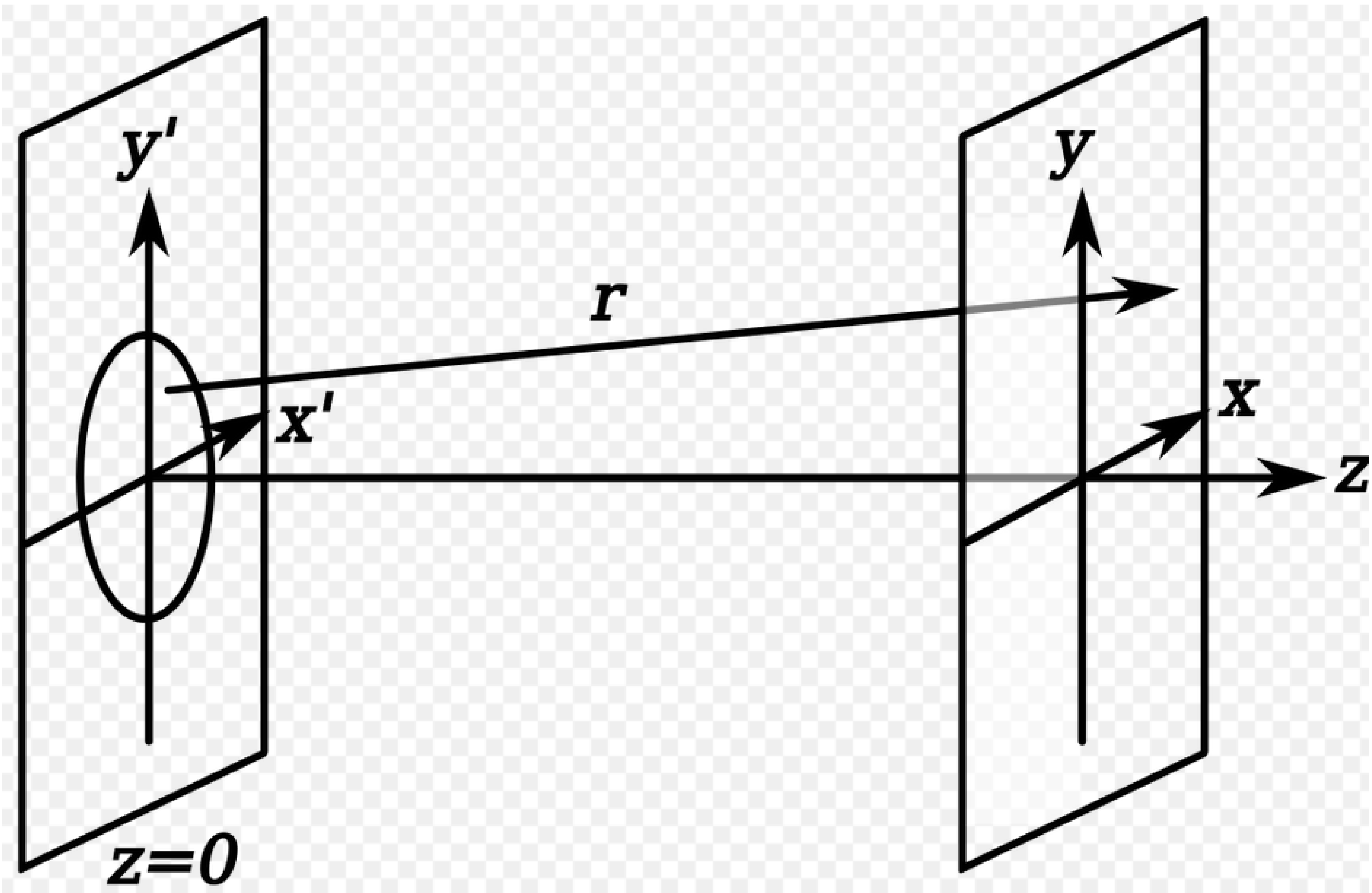
Согласно принципу Гюйгенса-Френеля каждый элемент волнового фронта служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна площади элемента dS, и обратно пропорциональна расстоянию r до точки наблюдения P

$$dE = K(\varphi)\frac{a_0}{r}dS\exp(ikr).$$

Множитель $K(\varphi)$ зависит от угла φ между нормалью $\vec{n}$ к площадке dS, и направлением от dS к точке наблюдения P.

Результирующее колебание определим по принципу суперпозиции полей:

$$E = \int_S K(\varphi)\frac{a_0}{r}\exp(ikr)dS.$$


y'
x'
r
y
x
z
z=0

ИНТЕГРАЛ КИРХГОФА

$$u(x,y,l) = \iint_{-\infty}^{+\infty} h_{\mathrm{R-Z}}(x,y,x',y')u_0(x',y')dx'dy'$$

$$h_{\mathrm{R-Z}}(x,y,x',y') = \frac{\exp\left(\frac{i2\pi r}{\lambda}\right)}{i\lambda r}\frac{l}{r}.$$

$$r = \sqrt{l^2 + (x-x')^2 + (y-y')^2}.$$

ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ

$$\rho^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$$

$$r = \sqrt{\rho^2 + z^2} = z\sqrt{1 + \frac{\rho^2}{z^2}}$$

$$\sqrt{1+u} = (1+u)^{1/2} = 1 + \frac{u}{2} - \frac{u^2}{8} + \cdots$$

$$r = z\sqrt{1 + \frac{\rho^2}{z^2}} = z\left[1 + \frac{\rho^2}{2z^2} - \frac{1}{8}\left(\frac{\rho^2}{z^2}\right)^2 + \cdots\right] = z + \frac{\rho^2}{2z} - \frac{\rho^4}{8z^3} + \cdots$$

$$k\frac{\rho^4}{8z^3} \ll 2\pi. \qquad \frac{\rho^4}{z^2\lambda^2} \ll 8\frac{z}{\lambda}$$

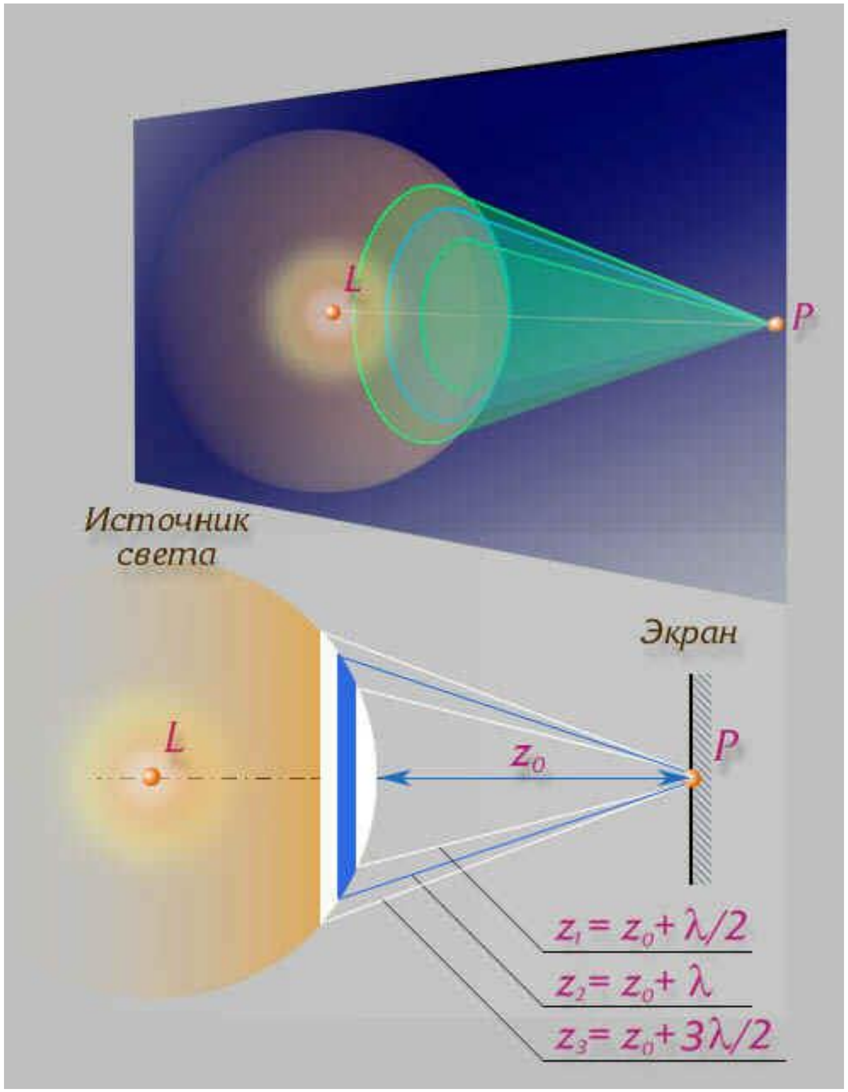
$$F = \frac{\rho^2}{z\lambda} \geqslant 1$$

Число зон Френеля

ИНТЕГРАЛ ФРЕНЕЛЯ

$$E(x, y, z) = -\frac{i}{\lambda}\,\frac{e^{ikz}}{z}\iint_{-\infty}^{+\infty} E(x', y', 0)\, e^{\frac{ik}{2z}\left[(x-x')^2+(y-y')^2\right]}\, dx'\, dy'$$

ЗОНЫ ФРЕНЕЛЯ



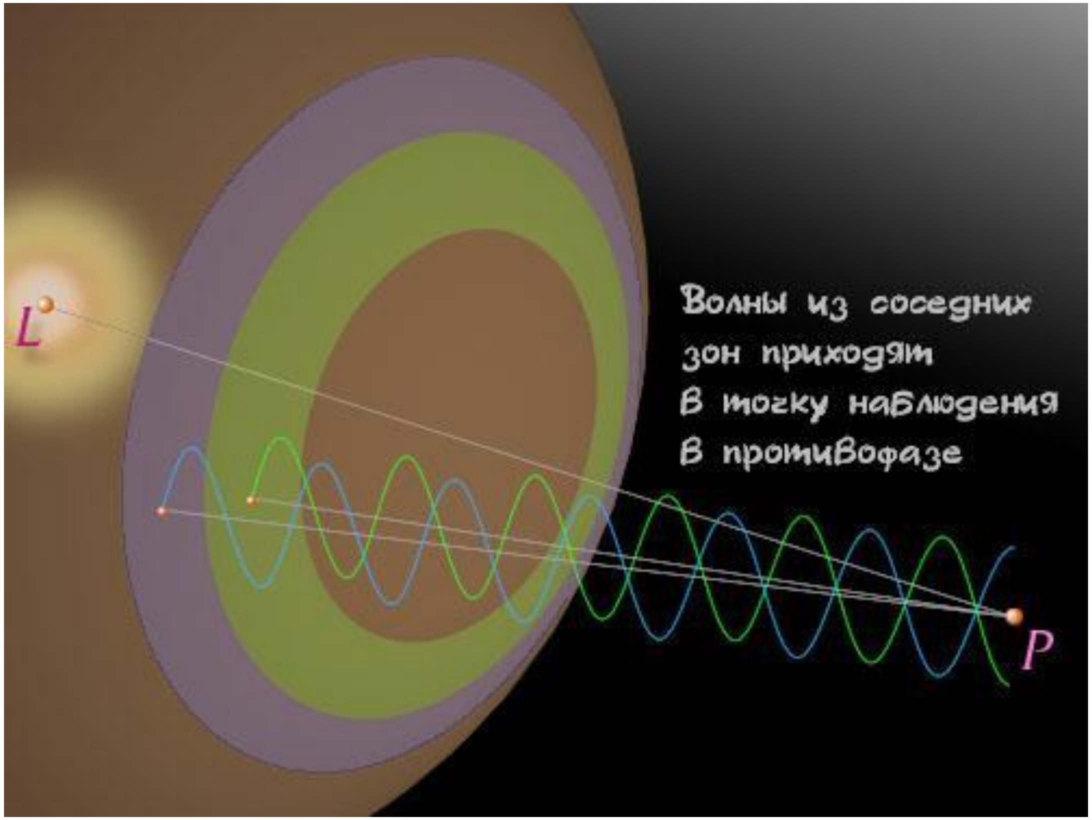
Вычисление интеграла Френеля

$$E = \int_S K(\varphi) \frac{a_0}{r} \exp(ikr) dS$$

является весьма трудоемкой задачей. Однако, если источники расположены с достаточной симметрией, амплитуда результирующего поля может быть найдена простым алгебраическим или геометрическим суммированием.

Для нахождения амплитуды колебаний в точке наблюдения P разобьем на кольцевые зоны волновую поверхность так, что расстояния от краев каждой зоны до точки наблюдения отличаются на $\lambda/2$. Эти зоны называются зонами Френеля. Очевидно, что зоны Френеля симметричны относительно линии LP.

ВКЛАД ОТ СОСЕДНИХ ЗОН



Рассмотрим вклад в результирующее волновое поле от аналогичных точек двух соседних зон, то есть лежащих симметрично относительно границ зон - в их серединах или у внешних, или у внутренних краев. Поскольку расстояния от краев каждой зоны до точки наблюдения отличаются на $\lambda/2$, то волны, приходящие от аналогичных точек будут колебаться в противофазе.

Это означает, что и результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон различаться на π. Следовательно, колебания в точке наблюдения от соседних зон ослабляют друг друга.

РАДИУСЫ ЗОН ФРЕНЕЛЯ

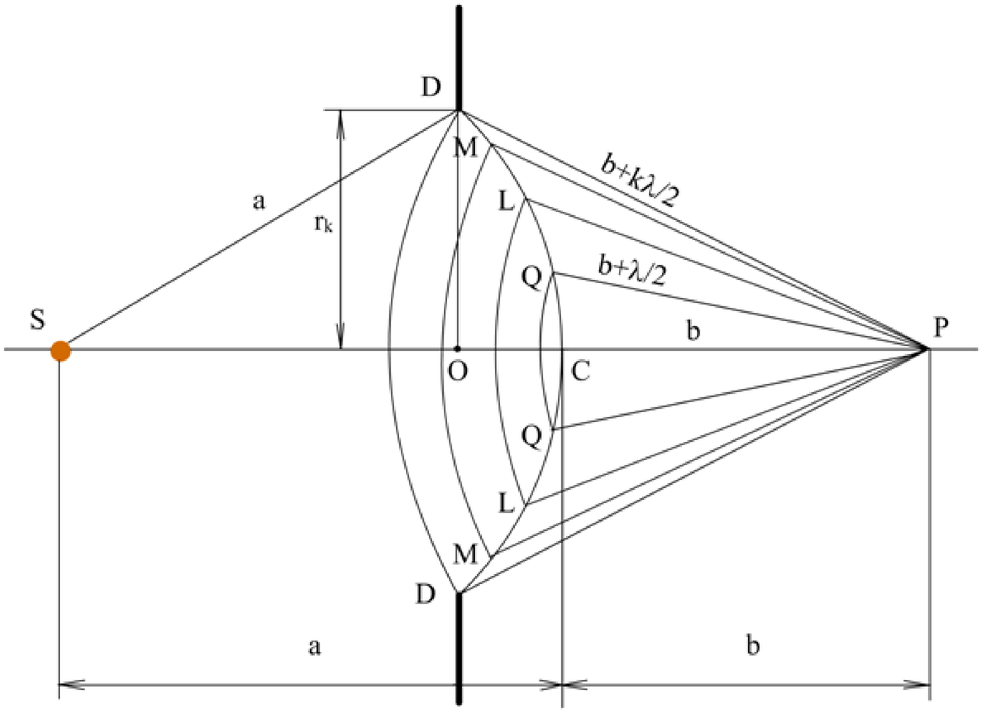


Рис. 4

По теореме Пифагора

$$r_k^2 = a^2 - (a - h_k)^2 \Rightarrow$$

$$r_k^2 = a^2 - a^2 + 2ah_k - h_k^2 \Rightarrow$$

$$r_k^2 = 2ah_k - h_k^2.$$

При не слишком больших k высота сегмента

$$h_k = \frac{bk\lambda}{2(a+b)} \ll a,$$

поэтому можно считать, что

$$r_k = \sqrt{2ah_k} = \sqrt{\frac{ab}{a+b}k\lambda}.$$

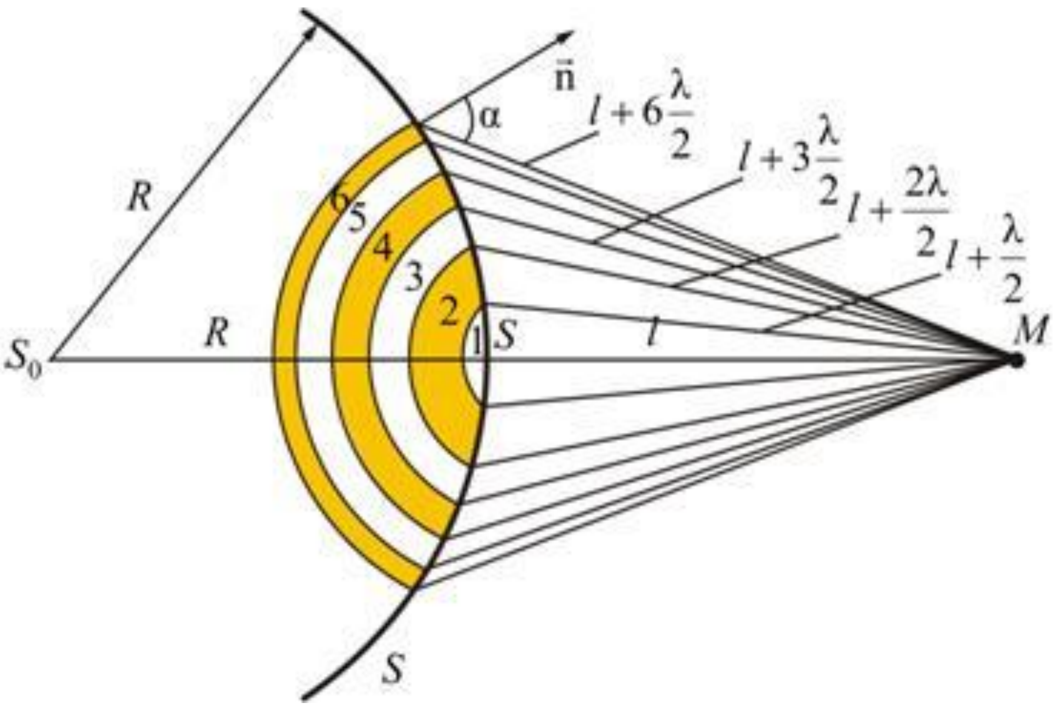
Если предположить, что

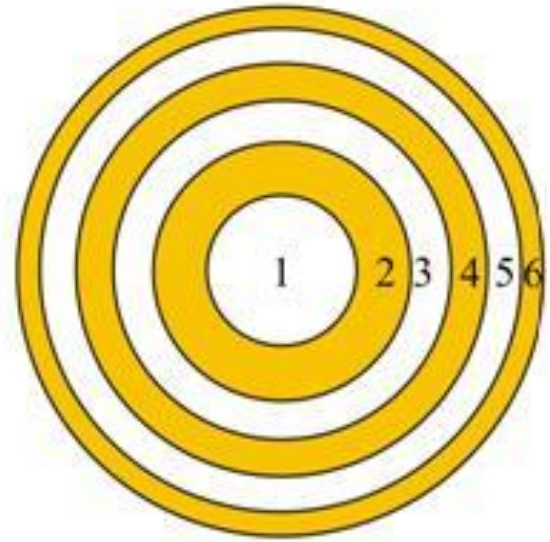
$$a = b = 1м, \quad \lambda = 0,5мкм,$$

то для радиуса первой (центральной) зоны получается значение $r_1 = 0,5мкм.$

Радиусы последующих зон пропорциональна $\sqrt{k}.$

ПЛОЩАДИ ЗОН ФРЕНЕЛЯ





Площадь сферического сегмента $S = 2\pi Rh$, где R – радиус сферы, а h – высота сегмента.

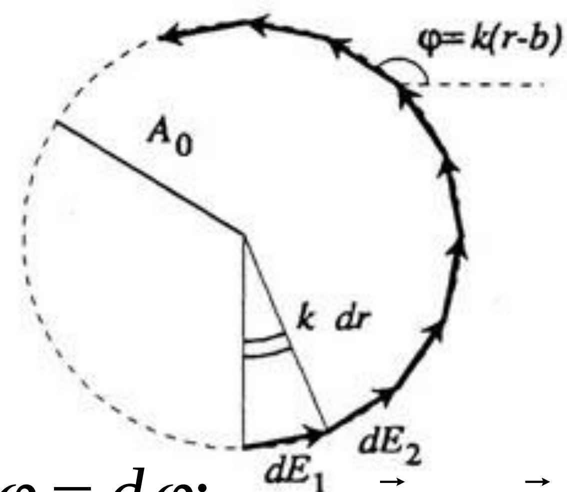
Следовательно в нашем случае а площадь k-ой зоны равна $S_k = 2\pi a h_k = 2\pi a \dfrac{bk\lambda}{2(a+b)} = \dfrac{\pi ab}{a+b} k\lambda,$

$$\Delta S_k = S_k - S_{k-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}.$$

Полученное нами выражение не зависит от k, т.е. площади зон примерно одинаковы.

МЕТОД ГРАФИЧЕСКОГО СЛОЖЕНИЯ АМПЛИТУД

Разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны, аналогичные зонам Френеля, но гораздо меньшие по ширине. Разность хода от краев зоны до точки наблюдения составляет равную для всех зон малую долю λ: $\Delta r \equiv dr \ll \lambda.$

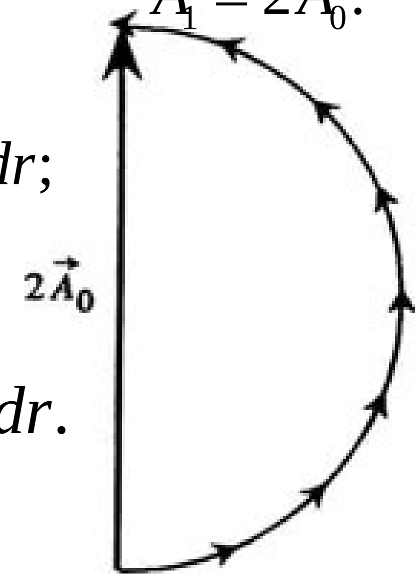


Колебание, создаваемое каждой из зон в точке наблюдения, изобразим в виде вектора, длина которого равна амплитуде колебания. Угол, образуемый вектором с направлением, принятым за начало отсчета (линия горизонта), дает начальную фазу колебаний для данной зоны.

$$\Delta\varphi \equiv d\varphi;$$

$$\vec{A}_1 = 2\vec{A}_0.$$

$$d\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} dr;$$



Амплитуда колебаний, создаваемых такими зонами медленно убывает при переходе от зоны к зоне. Каждое следующее колебание отстает по фазе от предыдущего на одну и ту же величину.

$$d\varphi = k dr.$$

Векторная диаграмма, получающаяся при сложении колебаний имеет вид, показанный на рисунках.

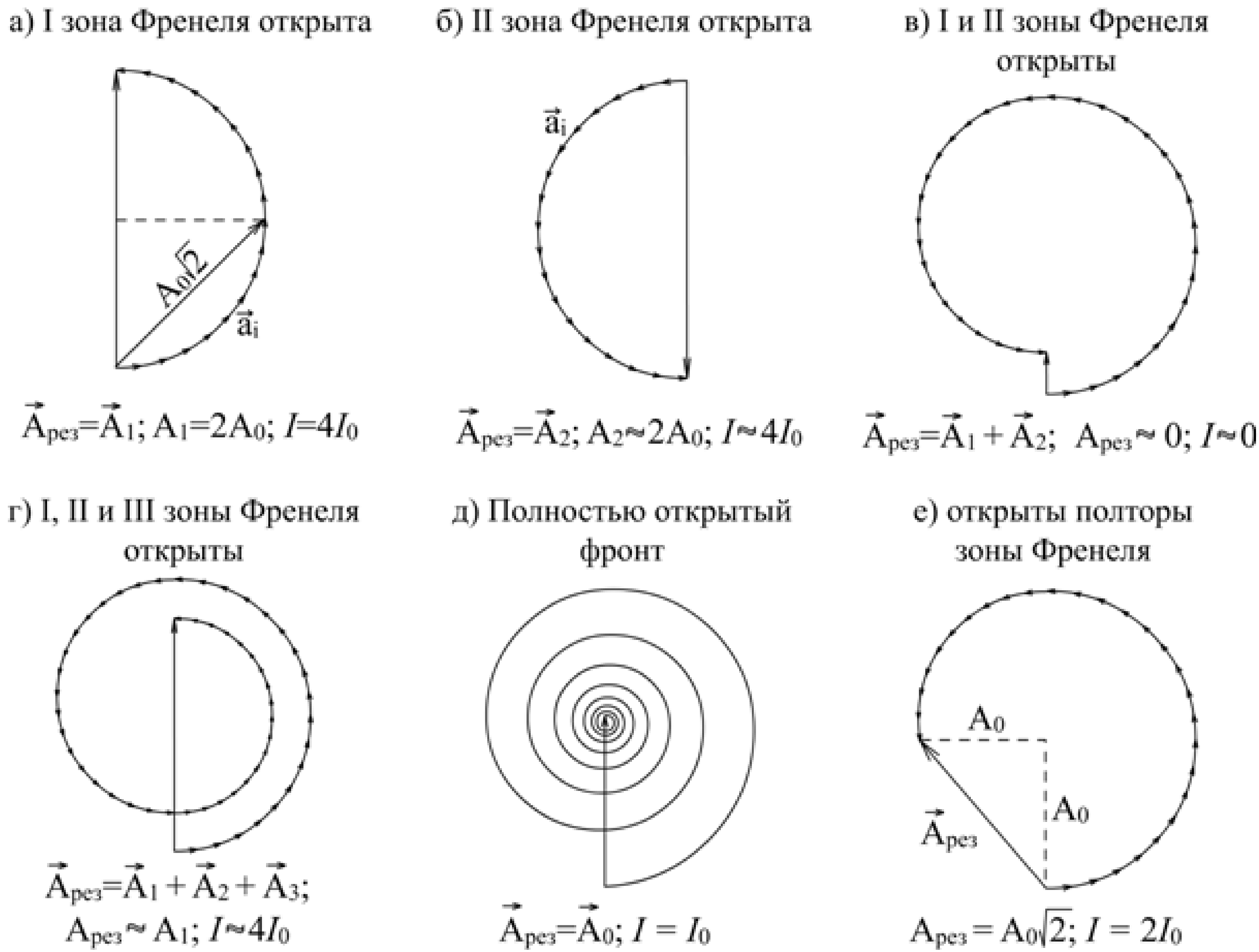
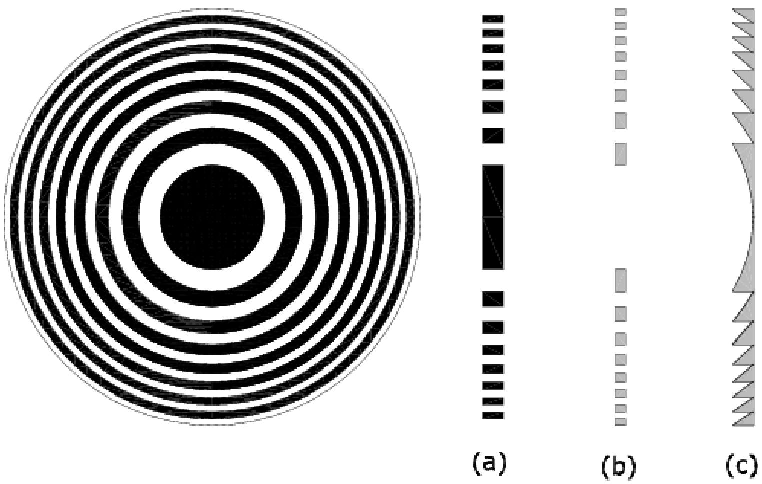

а) I зона Френеля открыта
$\vec{a}_i$
$A_0\sqrt{2}$
$\vec{A}_{рез}=\vec{A}_1$; $A_1=2A_0$; $I=4I_0$
б) II зона Френеля открыта
$\vec{a}_i$
$\vec{A}_{рез}=\vec{A}_2$; $A_2\approx 2A_0$; $I\approx 4I_0$
в) I и II зоны Френеля открыты
$\vec{A}_{рез}=\vec{A}_1+\vec{A}_2$; $A_{рез}\approx 0$; $I\approx 0$
г) I, II и III зоны Френеля открыты
$\vec{A}_{рез}=\vec{A}_1+\vec{A}_2+\vec{A}_3$;
$A_{рез}\approx A_1$; $I\approx 4I_0$
д) Полностью открытый фронт
$\vec{A}_{рез}=\vec{A}_0$; $I=I_0$
е) открыты полторы зоны Френеля
A_0
A_0
$\vec{A}_{рез}$
$A_{рез}=A_0\sqrt{2}$; $I=2I_0$

Рис. 4

ЗОННАЯ ПЛАСТИНКА

Колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга.

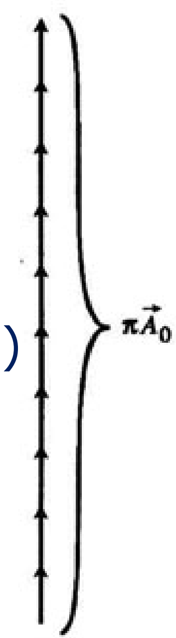


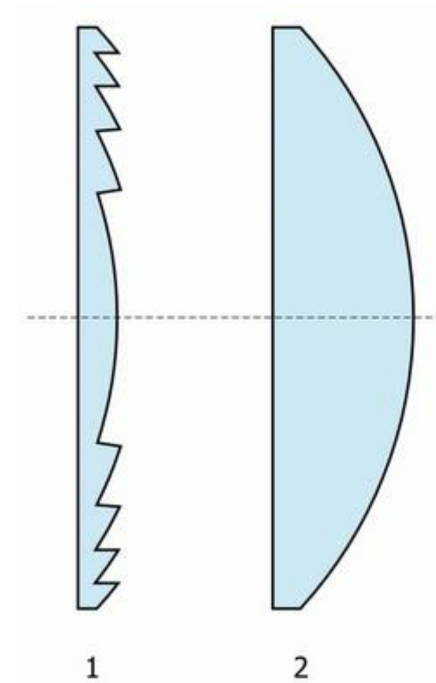
Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все нечетные (a) или четные (b) зоны, то интенсивность света резко вырастет.
Такая пластинка, называемая зонной, действует как собирающая линза.

Еще большего эффекта можно достичь, если не перекрывать четные (или нечетные) зоны, а изменить фазу их колебаний на π.

Это можно осуществить с помощью прозрачной пластинки, толщина которой в местах четных (c) или нечетных (1) зон изменена надлежащим образом.

Такая пластинка называется фазовой зонной пластинкой или линзой Френеля.





ПЯТНО ПУАССОНА